Jornadas de Investigación en Filosofía

Departamento de Filosofía.
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.
Universidad Nacional de La Plata

Los diversos sentidos de la negación y en particular de la lógica paraconsistente

Gladys Palau (UNLP)

Es sabido que el problema del significado de las constantes lógicas es uno de los problemas fundamentales de la filosofía de la lógica y que el mismo ha sido respondido desde perspectivas sintácticas y semánticas. Según las primeras, las constantes lógicas adquieren significado por las reglas que rigen su uso lógico tal como lo expuso Gentzen en sus cálculos de deducción natural (1933/4) y, según las segundas, por las condiciones de verdad, generalmente basadas en el concepto de verdad caracterizado por Tarski (1934/36). También es sabido que ambos enfoques coinciden por lo general en las constantes lógicas positivas pero no en la conectiva unaria conocida como *negación,* ya que es precisamente ésta la que dividió por primera vez las aguas entre la lógica clásica y la intuicionista en el seno del formalismo matemático de Hilbert respecto de la fundamentación de la matemática. En efecto, si bien la problemática acerca de la caracterización de la negación aparece precisamente con el surgimiento de la lógica intuicionista, se agrava con la aparición de otras lógicas con distintas finalidades, tales como la lógica relevante, la lógica lineal y la lógica paraconsistente, entre otras. Para citar al menos un caso paradigmático: en la lógica paraconsistente los distintos sistemas paraconsistentes propuestos caracterizan negaciones paraconsistentes diferentes[1] . En síntesis, a partir del surgimiento de otras lógicas subclásicas, han aparecido otras negaciones con diferentes propiedades tanto sintácticas como semánticas que por decirlo de alguna manera, han "inundado", la literatura lógica. La situación que acabamos de describir ha dado lugar a la publicación de numerosos trabajos entre los que se destaca un libro entero dedicado al significado de la conectiva negación, que se titula precisamente *What is Negation*?[2] compilado por Dov Gabbay y Heinrich Wansing, en el que diversos autores proponen diferentes abordajes de análisis para la negación en las lógicas subclásicas, coincidiendo en la posición actualmente vigente en la comunidad

[1] En particular en el trabajo *El significado de la negación en la lógica paraconsistente*, G.P & C.Duran nos hemos ocupado precisamente de analizar las distintas negaciones paraconsistentes, tratando de determinar las condiciones mínimas que debe satisfacer una negación paraconsistente.

[2] Kluwer Academic Publishers, vol. 13 de Applied Logic Series, 1999.

lógica de que el tratamiento de la negación, como asimismo el de todo signo lógico, debe realizarse siempre dentro del marco de una determinada noción de consecuencia lógica.

En los parágrafos siguientes trataremos de presentar sumariamente algunos enfoques de la negación que enfatizan o bien la perspectiva sintáctica o bien la semántica, solo con el modesto fin de contribuir en algo al esclarecimiento de su o sus significados.

Acotaciones preliminares

Es sabido que en la historia de la lógica la primera presentación formal de la negación se le debe Aristóteles, expuesta principalmente en *Categorías, de Intepretatione* y *Primeros Analíticos.* No es nuestro propósito analizar su presentación, sino observar que a él se le debe la primera caracterización de la negación como falsedad: *una proposición afirmativa es verdadera si y solo si su negación es falsa y viceversa.* De ella surgen tres relaciones entre las proposiciones categóricas que a su vez caracterizan formas distintas de negación: las contradictorias (una es verdadera sii la otra es falsa), las contrarias (no pueden ser ambas verdaderas) y las subcontrarias (no pueden ser ambas falsas). Ni aún en el tratamiento de los futuros contingente en *de Interpretatione*, Aristóteles pudo desprenderse de la dicotomía verdadero-falso en el sentido de no aceptar para tales enunciados un tercer valor de verdad. Más aún, también fue Aristóteles quien primero logró distinguir entre proposiciones necesarias (que nunca pueden ser falsas), proposiciones imposibles (que nunca pueden ser verdaderas) y proposiciones contingentes que pueden ser verdaderas o falsas (pero nunca verdaderas y falsas al mismo tiempo), caracterizaciones estas vigentes sin discusión hasta la aparición de las lógicas multivalentes y/o paraconistentes. Finalmente, debe recordarse que también a la lógica aristotélica se le deben los tradicionales principios de *No contradicción* (una proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo y el del *Tercero Excluido* (una proposición es o bien verdadera o bien falsa). Posteriormente, hoy se sabe que los estoicos y megáricos, fundamentalmente los primeros, “descubrieron” por decirlo de alguna manera, las hoy llamadas conectivas proposicionales y que las definieron en términos de verdad y falsedad, tal como se las presenta actualmente, aun cuando hoy se utilice “0” y “1”, pero sin modificar el concepto clásico de la negación clásica aristotélica.

Muy posteriormente, ya en nuestro tiempo, surgieron otras lógicas con otros valores de verdad a los efectos de dar cuenta de los futuros contingentes y de otras proposiciones para las cuales resultaba inadecuado aplicar bivalencia. Surgieron así, la lógica trivalente y las multivalentes de Luksiewicz, la tetravalente de Kleene, la trivalente de Boschvar y las lógicas paraconsistentes, pensada para expresar y tratar un determinado tipo de contradicciones, entre muchas otras. En particular, ahora está de moda el sistema de

Priest (*Logic of Pradoxes*) en el cual la negación se define en forma trivalente, agregando el valor 01 como designando "verdadero y falso" y a la cual haremos referencia específica al final de nuestro trabajo.

Como ya hemos dicho, hoy se acepta casi unánimemente la caracterización de la verdad de una proposición dada por Tarski en su célebre trabajo *El concepto semántico de verdad* de 1936. Pero, ¿cuándo es verdadera la negación de p? La respuesta natural sería cuando se da no-p, o sea cuando ★p es verdadera y ésta es verdadera si y solo si en el mundo no se da p, o sea si en el mundo p es falsa. De ahí que el "casamiento" entre negación y falsedad pareciera resultar indisoluble.

En efecto, la negación como falsedad es hoy considerada la más antigua de las interpretaciones de la negación. Sin embargo, hubo quienes la interpretaron como "absurdidad" o "lo absurdo", expresiones éstas que no deben entenderse como contradicciones clásicas . Laa interpretación de la negación como absurdidad surgió en el seno del intuicionismo matemático de Brower y Heyting en relación al problema sobre si tiene sentido predicar verdad de las afirmaciones matemáticas cuando en realidad paara el intuicionismo éstas se consideran "verdaderas" si y solo si tienen demostración De ahí que haya surgido una caracterización de la negación como "lo absurdo" designada con el signo "‽" y que puede leerse también como "lo falso", aceptada por la lógica intuicionista y de donde surge la definición siguiente:

★A =def A◆‽

Pese a que es común en la literatura el uso de ambos signos, no hay coincidencia entre los lógicos acerca del *status* lógico del signo "‽". En su trabajo *Negation, Absurdity and Contrariety* (1999) Neil Tennant enfatiza que ‽ debería ser un primitivo ya que la negación es definible o "construible" a partir de ‽, mientras que lo inverso es imposible. El problema que surge entonces es que ‽ debería ser una constante proposicional, como lo son la conjunción "✱" y la disyunción "∗", y no lo es, por lo cual parecería corresponder que ‽ sea considerado nada más que como un signo de puntuación que solamente indica que se ha llegado a una situación absurda o contradictoria. Pero, de ser así, ‽ se podría eliminar ya que ‽ es equivalente a A ★★A y, por ello, sería legítimo preguntarse con qué derecho se puede llamar al signo ‽ una constante proposicional, puesto que es definible en términos de otras. Tal vez por esta razón, según Tennant una buena opción sería considerar a ‽ como un marca de puntuación que indicara solamente que cuando ella aparece es porque se ha llegado a un absurdo, i.e., que se ha construido una contradicción.

Debemos hacer notar que el uso de ‽ como indicando una contradicción o absurdo es usado también en la mayoría de los cálculos llamados de “deducción natural” los cuales tienen como denominador común la caracterización de los signos lógicos por reglas que determinan su uso y a los cuales nos referiremos de ahora en más.

La presentación “abstracta de la negación”. El caso de la negación paraconsistente

Pese a contar con predecesores, hoy se le atribuye la presentación más concensuada de los cálculos de deducción anterior a G. Gentzen (1934). Es sabido que en este tipo de presentaciones las conectivas se presentan por reglas de Introducción y Eliminación básicas a partir de las cuales se derivan las restantes reglas de cada conectiva. En particular, las reglas de la negación formuladas en los cálculos de deducción natural son las siguientes:

(E✱) ☟, A, ✱A ╟ ‽ (I✱) $\dfrac{☟, A ╟ ‽}{✱A}$ y (EFSQ)[3] $\dfrac{‽}{A}$

.

Bajo ciertas interpretaciones“‽” se lee como *lo falso (o lo absurdo)* Dadas las acotaciones que hicimos anteriormente y el hecho de diferenciar esta regla de ECQ (de una contradicción se sigue cualquier proposición), entiendo que aún en estas lecturas se entiende que bajo este signo *lo falso* indica comúnmente una *contradicción*.

El enfoque sintáctico permite, como ya se dijo, caracterizar la negación vía las reglas que ella satisface. Las reglas que acabamos de mostrar caracterizan la negación clásica, pero, como es sabido en la literatura lógica actual existen muchos otros tipos de negaciones que son descriptibles solo vía sintáctica y que también parecen reconstruir el comportamiento de la negación en diferentes contextos lingüísticos para los que no resulta la interpretación clásica y de ahí mi preferencia de esta línea de investigación sobre la clásica perspectiva tarskiana.

Tomaremos como referencia un trabajo muy complejo tanto en lo teórico como en la simbología utilizada de Jao Marcos, pero que a nuestro entender es el único que trata de penetrar en el significado profundo de la negación a fin de desentrañar fundamentalmente el significado de la negación en las lógicas paraconsistentes, i.e., aquellas que admiten

[3] Este principio debe distinguirse de ECQ el cual reza que de una contradicción se infiere cualquier proposición (A✱✱A)/ Q

cierto tipo de contradicciones y que se titula : *On negation: Pure Local rules* [4] y que a continuación presentaremos simplificando su simbología.

El trabajo se encarga de presentar en primer lugar las reglas para una noción de consecuencia y luego pasa a enumerar y analizar las reglas que afectan solamente a la negación con el objetivo fundamental de elucidar las formas de negación que han surgido con el desarrollo de las llamadas lógicas subclásicas, i.e, aquellas lógicas cuyo conjunto de reglas/inferencias válidas es menor que el de la lógica clásica. Debo aclarar que he seleccionado los casos más usuales y en lo casos donde era posible, he eliminado los nombres latinos de las reglas a fin de centrarme en los resultados más importantes respecto de las lógicas más conocidas.[5]

Reglas puras de la negación

<u>1.1.m</u> $\wp, \bigstar^m A, \bigstar^{m+1} A \Vdash$ ☚
Pseudo Scotus o Explosión[6]

<u>2.1.n</u> $\wp \Vdash \bigstar^{n+1} B, \bigstar^n B,$ ☚
Tercero Excluido[7]o *implosión*

<u>1.1.m.n</u> $\wp, \bigstar^m A, \bigstar^{m+1} A \Vdash \bigstar^n B,$ ☚
Ex Contradictione Quodlibet (ECQ)

<u>2.1.n.m</u> $\wp, \bigstar^m A \Vdash \bigstar^{n+1} B, \bigstar^n B,$ ☚
Quodlibet sequitur ad casos

Según la posición de J. Marcos de estas reglas se infieren varios resultados entre los que queremos resaltar los siguientes:

1) Si falla 1.1.m, la lógica es una lógica <u>paraconsistente</u>.
2) Si falla 2.1.n y no ECQ la lógica es <u>paracompleta</u> (intuicionista).
3) *Ex Contradictione* es más débil que Pseudo Scoto.

1.2.m $\dfrac{\wp \Vdash \bigstar^m A, ☚}{\wp, \bigstar^{m+1} A \Vdash ☚}$

2..2.n $\dfrac{\wp, \bigstar^n B \Vdash ☚}{\wp \Vdash \bigstar^{n+1} B, ☚}$

1.2.m’ $\dfrac{\wp \Vdash \bigstar^{m+1} A, ☚}{\wp, \bigstar^m A \Vdash ☚}$

2.2.n’ $\dfrac{\wp, \bigstar^{n+1} B \Vdash ☚}{\wp \Vdash \bigstar^n B, ☚}$

[4] Center for Logic an Computation, IST,PT-Dep. Of Philosophy, Unicamp. BR, Centre of Exact Science, 2002

[5] La notación de Avrón es más complicada, por ejemplo 1.1. es formulada de la siguiente manera ($\wp, \bigstar^m \alpha, \bigstar^{m+1} \alpha$✳ ☚)

[6]XIV,John of Cornwall, *Pseudo Duns Scotus*

[7]

Reglas de la doble negación por medio, en esta formulación, un número par de negaciones es una afirmación y un número impar de negaciones equivale a una negación. Estas 4 reglas corresponden a la negación clásica en su formulación en lógica de secuentes. Por ejemplo, 1.2.m nos dice que lo negado en el postsecuente de la deducción pasa a ser afirmado en el prosecuente. La lectura de la restantes se dejan a cargo del lector y todas ellas son usadas a veces para la definición de la negación en lógicas intermedias entre la lógica clásica y la intuicionista. Por no ser necesarias a nuestro propósito evitaremos la formulación que J.Marcos da de las reglas medievales *Causa miriabilis, Consequentia mirabilis, y la conocida Prueba por Casos,* la cual constituye casi con seguridad una de las pruebas más antiguas y probablemente el patrón más usado para el razonamiento en matemáticas y aún en filosofía.

En el primer conjunto de reglas dado por J. Marcos, la indicada como 2.5.n’m’ aparece como la más interesante a nuestro interés y conocida bajo el nombre de *Reductio ad absurdum*:

2.5.n’.m’

$$\frac{\wp,\ \bigstar^{n+1}B \Vdash \bigstar^{m}A,\ ☚ \qquad \wp',\bigstar^{m+1}B \Vdash \bigstar^{m+1}A,\ ☚'}{\wp,\ \wp' \Vdash \bigstar^{n}B,\ ☚,\ ☚'}$$

Es sabido que esta regla es usada en matemática desde el descubrimiento de Pitágoras de los números irracionales y es la base de la prueba por refutación, usada en la argumentación por Zenón de Elea y en lo que hoy se llama pensamiento crítico. Además, coherentemente con el rechazo del Tercero Excluido, es rechazada por el intuicionismo. Sin embargo deseamos destacar que el valor mayor de *Reductio ad absurdun* reside en que ella permite derivar en lógica clásica todas las reglas de la negación.

Entre el segundo conjunto de reglas que introduce J. Marcos mencionaremos las que nos son más familiares. Ellas son.

4.1. $\wp,\ A \Vdash \neg\neg A,\ ☚$ 4..2. $\wp,\ \neg\neg A \Vdash A,\ ☚$

Introducción de la doble negación *Eliminación de la doble negación.*

5.3. $\underline{\wp,\ A \Vdash \bigstar B,\ ☚}$ 5.4. $\underline{\wp,\ \bigstar A \Vdash B,\ ☚}$

☟, B ╟ ✱A, ☛   ☟, ✱B ╟ A, ☛

Contraposiciones contextuales

Es interesante hacer notar que las *contraposiciones contextuales* fallan, por ejemplo, en las lógicas paraconsistentes ya que para que en resulten todas válidas es condición necesaria que la lógica posea Introducción y Eliminación de la doble negación, de las cuales la lógica paraconsistente carece. En particular, si *Ex contradictione* no vale (como es el caso usual) *Reductio ad absurdum* cae y también algunas formas de la contraposición y doble negación. Si la lógica carece de Introducción o Eliminación de la doble negación, entonces no salen todas las formas de la contraposición.

Presentadas estas reglas, cabría preguntarse: ¿Hay algo en común entre todas estas negaciones? Avrón sostiene que más que la respuesta a esta pregunta, lo más interesante es poder determinar las consecuencias que apareja el conjunto de reglas elegido y se inclina por pensar que, en realidad, las auténticas propiedades de la negación son por ausencia, i.e., son <u>propiedades negativas</u>. De ahí que considere que las reglas características de la negación consisten en que ellas no tienen reglas en común, sino que lo que tienen en común es la ausencia de reglas en sentido clásico. Estas "extrañas" reglas son formuladas de la siguiente forma:

Reglas negativas

7.1.a (☟, ✱ $^{a+1}$A ⊭ ☛) *nonbot*   8.1.a (☟ ⊭ ✱ $^{a+1}$A, ☛) *nontop*
7.2.a (☟, ¬¬A ⊭ ¬A, ☛) ó   8.2.a. (☟, ✱A⊭ ✱✱A, ☛) ó
(☟,¬A ⊭ A, ☛) *falsificatio*   (☟, A ⊭ ✱A, ☛) *verificatio*

Pero ¿qué nos dicen estas reglas? Según J.Marcos la regla 7.1.a dice que la negación no es un operador que produce solo "bottom particles", o sea, partículas que trivializan la teoría , i.e., ✱ ◈ ‽ ; 8.1.a dice que la negación no es una operación que produce solo "top particle", i.e., partículas que den como resultado solamente tesis o teoremas, i.e, ✱ ◈ T; 7.2.a dice que la negación de algunas fórmulas puede ser verdadera mientras esa misma fórmula sea falsa (i.e. que hay fórmulas que pueden ser verdaderas y falsas simultáneamente) y 8.2.a que es la dual, afirma que algunas oraciones verdaderas podrían tener negaciones falsas. En palabras de Marcos, "*thus, no extreme case will be allowed in which all models are dadaistic (i.e., thoroughly inconsistent) or nihilist (i.e., thoroughly undetermined). In particular, any of those last two rules preclude identity as an interpretation of negation".* En síntesis, lo que estas reglas impiden es que la negación trivialice una teoría en el sentido de que todos sus resultados sean falsos o que todos resulten verdaderos. O sea que lo verdadero se distinga en algo de lo falso. Y nada más.

Muchas veces nos hemos preguntado si no hay una forma de entender la negación paraconsistente desde un enfoque más teórico y filosófico y creemos haber encontrado al menos un marco para una respuesta en el trabajo de A. Fuhrmann *An Essay on Contraction*[8] en el cual, inspirándose en ciertas ideas de P.F. Strawson, de la lógica de la relevancia de Routley e incluso en Berkeley sostiene un concepto de la negación como cancelación (*merge inference*), en el sentido de que A y ✱A se cancelan entre ellas. En sus palabras:

> "…*According to this view, inconsistentes are, as it were, inferentially mute because their constituents "cancell" each other. Instead of inconsistencies having total content, they have no content at all; instead of everything following from a contradition, nothing follows*."

Somos de la opinión de que, si se toma esta posición, entonces la regla básica de la negación sería casi similar a la que nombramos como *Pseudo Scotus* o Explosión, a saber:

☟, A, ✱A ╟ ☚

O sea que de una contradicción no se sigue nada. Claro está que si se acepta esta regla, se pierde EFSQ y con ella todas las reglas que la involucran y por ende la lógica clásica.

[8] Studies inLogic, Language and Information, University of hicago Press,1996.