



Distintos enfoques hacia una teoría de la formalización en Lógica

Frenkel, Beatriz (UBA)
Kakazu, Gabriel Nicolás (UBA)

Resumen

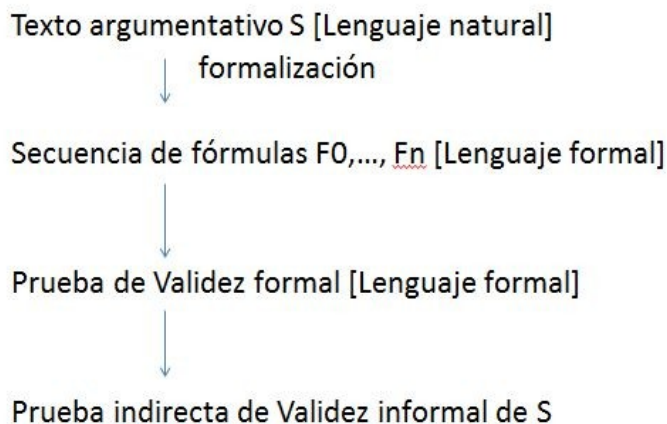
Suele decirse que una de las funciones de la lógica formal deductiva es analizar la validez de los argumentos expresados en lenguaje natural. Para ello, se requiere que el argumento en lenguaje natural sea simbolizado en un lenguaje formal correspondiente donde se llevará a cabo el análisis del argumento. Sin embargo, dicho procedimiento de simbolización resulta teóricamente problemático. El presente trabajo intentará exponer los tres enfoques principales presentes en la literatura para una teoría de la formalización en lógica: a) encontrar procedimientos efectivos de formalización; b) proporcionar criterios para una formalización adecuada; c) analizar el concepto de forma lógica.

1. Introducción

En la mayoría de los cursos introductorios de lógica se suele adiestrar a los estudiantes en la formalización del lenguaje natural con las herramientas de la lógica formal, sea esta la lógica proposicional o la lógica de primer orden. Parte de esta tarea se asienta en el supuesto de que la lógica formal es una herramienta adecuada para evaluar la validez de los argumentos en lenguaje natural.

Esto es, para determinar la validez de un argumento concreto en el lenguaje natural, un paso crucial es analizar el argumento y reconstruirlo en un lenguaje formal determinado, luego se probará su validez mediante alguna prueba formal y a partir de dicho resultado se establecerá la validez del argumento en el lenguaje natural.

Esquema de análisis de argumentos



Por ejemplo, para evaluar la validez del argumento S: *O bien, la fecha se posterga, o bien, los jugadores se perderán el partido. La fecha no se posterga. Por lo tanto, los jugadores se perderán el partido.*

Primero formalizamos el argumento en Lógica Proposicional:

$$(p \vee q) ; \neg p \vdash q$$

p : «la fecha se posterga»

q : «los jugadores se perderán el partido»

Y luego determinamos su validez mediante una prueba formal como puede ser establecer la tabla de verdad de su condicional asociado:

		F1		F2		F3
p	Q	$(p \vee q)$	\wedge	$\neg p$	\vdash	q
1	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	1	1	0

A partir de probar la validez formal (ya que la tabla de verdad de su condicional asociado corresponde con una fórmula tautológica), establecemos que el argumento S en el lenguaje natural es válido.

Este procedimiento supone que el proceso de formalización es adecuado, de modo de mantener la propiedad de validez del lenguaje natural al lenguaje formal. Sin embargo en la actualidad no contamos con una teoría de la formalización.

En el presente artículo nos centraremos en el análisis de los criterios para una formalización adecuada. En particular analizaremos la propuesta de Brun [Brun, 2004], quien expone los siguientes criterios tratando de recoger la práctica generalmente aceptada en la formalización lógica. Estos son: el criterio de corrección versión semántica y versión inferencial, el criterio de correspondencia sintáctica superficial y el criterio de sistematicidad. Finalmente haremos un breve comentario sobre otros enfoques para una teoría de la formalización.

2. El criterio de corrección (versión semántica)

El criterio de corrección indica que una formalización adecuada es aquella en la que coinciden las condiciones de verdad de los enunciados en el lenguaje natural y sus formalizaciones.

Una formalización $F = \langle f, k \rangle$ en L de una oración s es correcta si y sólo si para toda condición c , y toda L -interpretación $\langle D, I \rangle$ correspondiente a c y k , $I(f)$ coincide en valor veritativo a s .

$F = \langle f, k \rangle$

f : la fórmula de L

k : es esquema de correspondencia

s : oración del lenguaje natural

L -interpretación = $\langle D, I \rangle$

D : dominio de interpretación

I : función interpretación

Así, para s : «*Hoy es domingo y mañana es lunes*»

F : $p \wedge q$

k : p : «*Hoy es domingo.*»

q : «*Mañana es lunes.*»

F es una formalización adecuada ya que los valores de verdad de s coinciden con los de F .

Sin embargo podemos encontrar formalizaciones que coinciden con los valores de verdad del enunciado en el lenguaje natural pero que no querríamos aceptar como formalizaciones adecuadas. El criterio no discrimina formalizaciones alternativas que coinciden en sus condiciones veritativas porque son materialmente equivalentes.

$f1$: $p \vee q$

$I(p \vee q)$ es verdadera cuando hoy es domingo y mañana es lunes y falsa en cualquier otro caso. Porque es imposible que uno de los disyuntos sea verdadero y el otro falso. O sea, $I(p \vee q) = I(p \wedge q)$

El criterio tampoco discrimina formalizaciones alternativas que coinciden en sus condiciones veritativas por ser lógicamente equivalentes.

Así que toda fórmula lógicamente equivalente a $(p \wedge q)$ también sería adecuada como:

$f2$: $\neg(p \rightarrow (\neg q \wedge p)) \wedge (s \vee \neg s)$

3. El criterio de corrección (versión inferencial o sintáctica)

Como el anterior criterio se centra en la interpretación y las condiciones veritativas de las fórmulas/oraciones, es posible reformular el criterio en términos sintácticos. Así, una

formalización adecuada de una oración determinada es aquella para la cual toda inferencia que la contenga (o bien como premisa o bien como la conclusión) que es formalmente válida, es informalmente válida.¹

De este modo, una formalización Φ de un enunciado A es correcta si y sólo si para toda formalización F de inferencia I que contiene a Φ como una premisa o conclusión, que es *formalmente válida*, entonces es *informalmente válida*.

$$\begin{aligned} \Phi, \Gamma \vdash_L \Omega &\Rightarrow A, C \vdash_I B \\ \Delta \vdash_L \Phi &\Rightarrow D \vdash_I A \end{aligned}$$

De este modo, dada la oración s : «No es cierto que tomé y manejé.»

Ante tres formalizaciones alternativas con el mismo esquema de correspondencia K :

p : «Tomé» q : «Manejé»

f1: $(\neg p \wedge q)$

f2: $(\neg p \wedge \neg q)$

f3: $\neg(p \wedge q)$

El criterio especifica que se den por informalmente válidas aquellas y sólo aquellas inferencias que consideramos formalmente válidas.

Por ejemplo, una inferencia

I : «No es cierto que tomé y manejé, por lo tanto no tomé.»

que es informalmente inválida y tiene a la oración como una premisa, se analizarían la validez de esas inferencia aplicando los candidatos antes propuestos. En este caso, la inferencia I , tiene a la oración s como una premisa.

En otro caso, se postula a la inferencia J : «Nunca manejé, así que no es cierto que tomé y manejé» que es informalmente válida y tiene a la oración como su conclusión.

$I1$: $(\neg p \wedge q) \vdash \neg p$ es formalmente válida

$I2$: $(\neg p \wedge \neg q) \vdash \neg p$ es formalmente válida

$I3$: $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p$ es formalmente inválida

$J1$: $\neg q \vdash (\neg p \wedge q)$ es formalmente inválida

$J2$: $\neg q \vdash (\neg p \wedge \neg q)$ es formalmente inválida

$J3$: $\neg q \vdash \neg(p \wedge q)$ es formalmente válida

Según el criterio, $f3$ es una formalización correcta, mientras que $f1$ y $f2$ no lo son.

La versión inferencial del criterio de corrección presenta dos problemas cruciales [Baumgartner & Lampert, 2008]:

¹ El concepto de validez formal \vdash_L es relativo a un lenguaje formal L determinado. En cambio, suele aceptarse que un argumento es informalmente válido siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión también es verdadera.

1) Problema de Parada. Dado que toda fórmula implica lógicamente un número infinito de fórmulas, el criterio es impracticable. La corrección en términos sintácticos sólo puede ser falsada y nunca corroborada.

2) Circularidad. Para evaluar la corrección de una formalización, hay que establecer previamente la corrección de otras formalizaciones con conexiones inferenciales.²

Por estos motivos, el camino a seguir es complementar el criterio de corrección semántico con otros criterios que busquen solucionar los casos problemáticos.

4. El criterio de correspondencia sintáctica superficial.

Para solucionar los problemas planteados por el criterio de corrección semántica y a fin de eliminar formalizaciones espurias, se propone el siguiente criterio, según el cual los símbolos lógicos que aparecen en F deben tener una contrapartida en S. Esto es que debe haber una similitud gramatical aparente entre S y sus formalizaciones.

Dentro del esquema de correspondencia k, no deben aparecer expresiones del lenguaje natural que no estén en S.

S: «Hoy es domingo y mañana es lunes»

F0: $p \wedge q$

F1: $p \vee q$

F2: $\neg(p \rightarrow (\neg q \wedge p)) \wedge (s \vee \neg s)$

Tanto F1 y F2 quedan descartadas como formalizaciones adecuadas porque en ellas hay apariciones de expresiones lógicas que no tienen un correlato en la oración original.

Este criterio también presenta problemas. Primeramente es muy vago y además el parecido gramatical superficial no es un buen indicador de la forma lógica dada la tesis de «la forma gramatical engañosa». Esto es que hay enunciados cuya forma gramatical es similar pero difieren en su forma lógica.

Por ejemplo, dados los siguientes enunciados en lenguaje natural:

S: “Juan y Pedro son argentinos.”

S’: “Juan y Pedro son hermanos.”

Si bien ambos tienen la misma forma gramatical no admiten las mismas formalizaciones como adecuadas.

Sea K el esquema de correspondencia:

p: “Juan es argentino”

q: “Pedro es argentino”

Una formalización adecuada de S sería F: $p \wedge q$

Pero no sería adecuado asignar un esquema de correspondencia K’

p: “Juan es hermano”

q: “Pedro es hermano”

De modo de obtener F’: $p \wedge q$

Una formalización adecuada para S’ debería tener como esquema de correspondencia K” p: “Juan y Pedro son hermanos”, y como F’’: p

² En nuestro caso, para decidir entre f1, f2 y f3, tiene que haberse determinado previamente la corrección del esquema de correspondencia K para los enunciados atómicos que intervienen en los f1-f3.

5. El criterio de sistematicidad.

Se requiere que las formalizaciones sean sistemáticas en vez de arbitrarias o ad hoc. De este modo, enunciados análogos deben ser formalizados análogamente siguiendo el principio de “paridad de la forma”. Formalizaciones adecuadas indiscutidas se toman como modelos para formalizar casos no tan claros.

La idea es tomar para enunciados del tipo S: «Todos los... son...» formalizaciones modelo del tipo F: $\forall x (... \rightarrow ...)$

Otra forma de aplicar la sistematicidad es utilizar el método paso por paso. Esto es para formalizar enunciados como:

S: “La cabeza de un caballo es la cabeza de un animal”

Sea K el esquema:

Fx: “x es la cabeza de un caballo”

Gx: “x es la cabeza de un animal”

F1: $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$

Pero podemos formalizar los predicados “x es la cabeza de un caballo” y “x es la cabeza de un animal” atendiendo al siguiente esquema K’:

Cx: “x es un caballo”

Bxy: “x es la cabeza de y”

Ax: “x es un animal”

Obteniendo la siguiente formalización

F2: $\forall x (\exists y (Cx \wedge Bxy) \rightarrow \exists y (Ax \wedge Bxy))$

Si bien en este caso la formalización sistemática da como resultado una formalización adecuada, atendiendo a la tesis de la forma gramatical engañosa, nos encontraremos con los mismos problemas que en el caso del criterio de correspondencia sintáctica superficial.

6. Otros enfoques para una teoría de la formalización.

Además de tratar de formular los criterios para una formalización adecuada, dentro de la literatura se reconocen otros dos enfoques que buscan proveer los fundamentos para una teoría de la formalización en lógica:

- autores como Davidson [1984], Chomsky [1977] y Montague [1974] intentan definir la formalización a través de un procedimiento efectivo.

- autores como Peregrin y Svoboda [2012], Iacona [2013] buscan proveer un análisis y elucidación del concepto de forma lógica.

Sin embargo, el desarrollo de estos dos enfoques excede el alcance de este trabajo.

7. Comentario final.

Como se ha visto en este trabajo, los criterios propuestos para una formalización adecuada tienen muchos problemas que superar. Sin embargo, los otros enfoques para una teoría de la formalización tampoco están exentos de problemas. Las propuestas ambiciosas para obtener un procedimiento efectivo de formalización chocan con el mismo problema del criterio de sistematicidad: la gramática superficial del lenguaje natural no es transparente. Así, los intentos de sistematizar la formalización inevitablemente recortan una porción importante del lenguaje natural, todo aquello que el lenguaje formal no da cuenta.

Con respecto a la problematización del concepto de forma lógica, dicha noción es importante para la filosofía de la lógica. Sin embargo, la elucidación por sí misma del concepto de forma lógica, requeriría también explicitar criterios de adecuación de las formalizaciones relativas a tal concepto. Por lo que dicha perspectiva inevitablemente debería ser suplementada con el enfoque de los criterios.

Referencias

- Baumgartner, M. & Lampert, T. (2008) "Adequate Formalization" *Synthese* 164, 93-115.
- Baumgartner, M. & Lampert, T. (2010) "The Problem of Validity Proofs". *Grazer Philosophische Studien* 80, 79-100.
- Brun, G. (2004) *Die richtige Formel. Philosophische Probleme der logischen Formalisierung*. 2da Ed. Berlin: de Gruyter.
- Brun, G (2008) "Adequate formalization and De Morgan's argument", *Grazer Philosophische Studien* 85, 325-335.
- Chomsky, N. (1977) *Essays on form and interpretation*. Amsterdam: North-Holland.
- Davidson, D. (1984) *Inquiries into Truth and Interpretation*. Oxford: Oxford University Press.
- Iacona, A. (2013) "Logical Form and Truth-Conditions", *Theoria* 78, 439-457.
- Montague, R. (1970) "Universal grammar". *Formal Philosophy. Selected Papers*. New Haven: Yale University Press. 222-46.
- Peregrin, J. & Svoboda, V (2012). "Logical Form and Reflective Equilibrium" M. Peliš and V. Punčochář (eds.): *The Logica Yearbook 2011*, College Publications, London, 191-209