



Actas de las VII Jornadas de Investigación en Filosofía para profesores,
graduados y alumnos

10, 11 y 12 DE NOVIEMBRE DE 2008

Departamento de Filosofía
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Universidad Nacional de La Plata
ISBN 978-950-34-0578-9

Negación de condicionales: un problema en la lógica filosófica y en la enseñanza de la lógica.

María Inés Corbalán
CONICET - UNLP

Introducción

Hay un error que se presenta comúnmente en ciertos ejercicios de simbolización y que, por ser recurrente, merece cierta atención y explicación. Los ejercicios en cuestión son de traducción de enunciados del lenguaje castellano con estructura *No es cierto que si A, entonces C* al lenguaje de la lógica proposicional clásica. Es frecuente que los alumnos no simbolicen dicha clase de enunciados como $\neg(A \rightarrow C)$ y, en su lugar, propongan $(A \rightarrow \neg C)$. La negación (externa) de un condicional del lenguaje natural es formalizada incorrectamente en términos de un condicional opuesto (o negación interna del condicional). Como sabemos, afirmar que *A no es la condición suficiente para C* no equivale a afirmar *A es la condición suficiente para no C*. Negarle el carácter de condición suficiente para C al antecedente A equivale, sencillamente, a afirmar el enunciado *A pero no C*. Esto significa que la negación de una relación condicional no expresa, en absoluto, la afirmación de ninguna relación condicional.

¿Por qué los alumnos recurrentemente cometen este error ante esta clase de enunciados? La respuesta más simple -apelar a la falta de estudio- nos deja sin una explicación de por qué los alumnos, si bien no postulan la simbolización adecuada, dan *regularmente* en su lugar, la simbolización alternativa incorrecta anteriormente señalada.

En este trabajo quisiera señalar que podría haber razones que nos permitan comprender el error. Avanzaré una hipótesis explicativa que, según entiendo, no sólo nos permitirá entender por qué dicho error se presenta en reiteradas ocasiones; también nos permitirá poner en duda su consideración como error.

Condicional material y antecedente falso

Una de las principales dificultades que el docente enfrenta en la instancia de explicación del significado de las conectivas clásicas se presenta en el caso del condicional material. Es frecuente que los alumnos se muestren sorprendidos ante la tabla de verdad del condicional material. Esta perplejidad se hace presente, en particular, en los casos en que el antecedente es falso. Mientras que ellos suelen poder determinar, sin mayor dificultad, qué valor de verdad tiene un condicional con antecedente verdadero, no suelen poder hacer lo mismo cuando los antecedentes en consideración son falsos.

A fin de hacer comprensible el significado extensional del condicional material, el docente recurre, a menudo, a enunciados condicionales que expresan una promesa o un compromiso. A partir de la apelación a esta clase de enunciados el docente intenta hacer intuitiva la tabla del condicional mostrando que cuando se formula una promesa condicional, tal como *Si me voy de vacaciones, te compro un regalo* el hablante se compromete, únicamente, a traer un regalo en caso de que vaya de vacaciones. El hablante, por el contrario, *no se compromete* a realizar nada, si no se va de vacaciones. Mediante esta clase de ejemplos, se muestra que cuando se formula una promesa condicional, el hablante sólo se compromete a realizar lo que es expresado en el consecuente, si el hecho antecedente efectivamente ocurre. Por el contrario, si la condición antecedente no se satisface, el hablante no habrá incumplido su promesa tanto si realiza la acción consecuente como si no la realiza. Así, si el antecedente de la promesa condicional es falso porque la condición antecedente no se satisface, entonces la promesa no resulta incumplida en ninguno de los dos casos posibles.¹

Utilizando aquella clase de ejemplos, el objetivo del docente es hacer comprensibles las condiciones de verdad del condicional material; en particular, el “extraño caso del antecedente falso”. Sin embargo, al hacer esto acaso muestra también que el condicional material traduce de manera adecuada nuestros enunciados condicionales del lenguaje natural.

No obstante, ¿es cierto que el condicional de la lógica clásica se corresponde con el condicional natural? Para responder esta pregunta parece suficiente responder esta otra pregunta más sencilla: ¿es cierto que los condicionales del lenguaje natural con antecedente falso son verdaderos?

¹ Es importante señalar que en esta clase de ejemplos, la falsedad es entendida, generalmente, bien como incumplimiento, bien como mentira y el no incumplimiento y la no mentira son transformados en cumplimiento y verdad respectivamente.

Para expresar condicionales cuyo antecedente es o se cree falso en el lenguaje castellano utilizamos la construcción condicional del pretérito pluscuamperfecto del modo subjuntivo. Cuando formulamos una oración como *Si hubiera llovido, habría regresado a casa en taxi*, damos a conocer nuestra creencia respecto de la no ocurrencia del hecho expresado por el antecedente.

Condicionales con antecedente falso

Diversas teorías para los condicionales de esta clase, los condicionales contrafácticos, fueron formuladas a partir de finales de los años '60. Las primeras teorías contrafácticas, y tal vez las más conocidas, se deben a Robert Stalnaker y a David Lewis. Independientemente de las diferencias entre las teorías de estos y otros autores, hay algunos aspectos muy generales compartidos por ellas. Ninguna de estas teorías sostiene que el condicional contrafáctico del lenguaje natural sea representado mediante el condicional material; de lo contrario, todos los condicionales contrafácticos serían verdaderos. Para diferenciar el comportamiento del condicional material del comportamiento del operador contrafáctico, estas teorías extienden la lógica clásica mediante la adición de un nuevo operador condicional $>$. Para este operador condicional resultan inválidas ciertas tesis que son válidas para el condicional material. En particular, la denominada paradoja negativa, $\neg A \rightarrow (A \rightarrow C)$, no es una tesis adecuada para el condicional contrafáctico, *i.e.*, $\neg A \rightarrow (A > C)$ no es tesis de los sistemas contrafácticos.² De manera que un condicional contrafáctico no es verdadero por el mero hecho de tener antecedente falso o, lo que es equivalente, no es vacua o trivialmente verdadero.

En términos muy generales, estas teorías estipulan que la verdad de un condicional $A > C$ debe ser evaluado en un mundo en el cual el antecedente sea verdadero, esto es, en un A-mundo. A los fines de no volver falsos a todos los condicionales contrafácticos, las condiciones de verdad estipulan que la evaluación del consecuente deberá realizarse en ciertos A-mundos, en aquellos mundos antecedentes similares en ciertos aspectos al mundo actual. Si el consecuente es verdadero en dichos A-mundos similares, el condicional será verdadero; caso contrario, el condicional será falso.

² Otras tesis aceptables para el operador material, tal como la tesis de Refuerzo de Antecedente, Transitividad y Contraposición también fallan para el operador contrafáctico, pero no interesan al respecto de este trabajo.

Así, desde estas teorías tenemos que: i) el condicional contrafáctico no posee las mismas condiciones de verdad que el condicional material; ii) la falsedad del antecedente no torna al condicional contrafáctico (vacuamente) verdadero; iii) la verdad del condicional depende de la verdad del consecuente; iv) el valor del condicional depende del valor de verdad del consecuente en *únicamente* mundos en el cual el antecedente sea verdadero.

Stalnaker y la equivalencia entre negación externa e interna

Más allá de los aspectos en común entre estas teorías, hay dos aspectos específicos de la propuesta de Stalnaker que resultan muy significativos a los efectos de esta presentación. En primer lugar, nos interesa señalar que, debido a las condiciones de verdad del condicional impuestas por Stalnaker, en su teoría la negación externa del condicional y la negación interna resultan equivalentes para el caso de antecedentes posibles. En efecto, siendo la condición de verdad del condicional

$$V(A > C, w) = 1 \text{ sii } V(C, f(A, w)) = 1^3$$

y siendo $f(A, w)$ un único mundo en el cual o bien

$$V(C, f(A, w)) = 1 \text{ o bien } V(C, f(A, w)) = 0$$

entonces, o bien

$$V(C, f(A, w)) = 1 \text{ o bien } V(\neg C, f(A, w)) = 1$$

y, de ahí que, o bien

$$V(A > C, w) = 1 \text{ o bien } V(A > \neg C, w) = 1$$

Así, desde la teoría de Stalnaker, $\neg(A > C)$ resulta equivalente a $(A > \neg C)$ cuando A es verdadera en algún mundo posible. De este modo, negar un enunciado como, por ejemplo, *Si Cobos hubiera votado a favor de la resolución 125, entonces los Kirchner no estarían distanciados de él* equivale a afirmar que *Cobos hubiera votado a favor de la resolución 125, entonces los Kirchner estarían distanciados de él*. En otros términos, la fórmula

$$\Diamond A \rightarrow \neg(A > C) \leftrightarrow (A > \neg C)$$

³ Donde f es una función $f: L \times W \rightarrow W$ que, dada la satisfacción de ciertas condiciones, selecciona, para cada antecedente A del lenguaje L y mundo w del conjunto W, un mundo posible w' similar a w.

es una tesis del sistema formal de Stalnaker.⁴

En segundo lugar, es fundamental señalar que la teoría de Stalnaker no pretende dar cuenta del comportamiento de los condicionales contrafácticos únicamente, sino de los condicionales del lenguaje natural en general. Esto es, la teoría de Stalnaker contempla tanto condicionales cuyos antecedentes son falsos como condicionales cuyos antecedentes son verdaderos. Así, las condiciones de evaluación de un condicional que atienden al valor de verdad del consecuente en un mundo antecedente no son postuladas únicamente para dar cuenta de los condicionales con antecedente falso, sino para toda clase de condicionales del lenguaje natural. De este modo, la equivalencia entre la negación externa y la negación interna resulta establecida para toda clase de condicionales del lenguaje ordinario.

D. Lewis y la negación de un condicional contrafáctico

Estos dos puntos característicos de la propuesta de Stalnaker han sido criticados y rechazados por D. Lewis. De acuerdo con este último autor, la teoría propuesta por Stalnaker sólo puede, con ciertas modificaciones, dar cuenta del comportamiento de los condicionales contrafácticos.

Más allá de esta diferencia en el alcance de la clase de condicionales a ser abarcados por la teoría condicional de Stalnaker y la de D. Lewis, la diferencia fundamental entre sus propuestas estriba en la consideración, por parte de D. Lewis, de una multiplicidad de mundos antecedentes similares a un mundo dado. Según D. Lewis, para cada antecedente A y mundo posible w, una variedad de A-mundos deben ser observados a la hora de evaluar un condicional contrafáctico $A \rightarrow C$. Como consecuencia de esta modificación en la noción de similaridad presente en las condiciones de verdad del condicional, la equivalencia propuesta por Stalnaker entre la negación externa y la negación interna del condicional se torna inválida. Para cada antecedente A y mundo posible w, la verdad del condicional contrafáctico $A \rightarrow C$ requiere, según D. Lewis, que el consecuente C resulte verdadero en todo A-mundo similar a w. Teniendo en cuenta que en algunos A-mundos cercanos a w el consecuente C podría ser verdadero y en otros A-mundos cercanos a w el consecuente C podría ser falso, y considerando que la verdad del contrafáctico $A \rightarrow C$ requiere la verdad del consecuente C en todos los A-mundos más cercanos a un mundo dado y que la verdad del condicional opuesto

⁴ Si A es un enunciado imposible, es decir, falso en todo mundo posible, entonces la función *f* selecciona un mundo especial -denominado λ - en el cual tanto C como $\neg C$ son enunciados verdaderos. De ese modo, cuando A es imposible, tanto $A > C$ como $A > \neg C$ son enunciados verdaderos y, por tanto, la equivalencia entre $\neg(A > C)$ y $(A > \neg C)$ no se cumple.

$A \rightarrow \neg C$ requiere la verdad del consecuente $\neg C$ en todos los A-mundos más cercanos a un mundo dado, podría entonces suceder que ni $A \rightarrow C$ ni $A \rightarrow \neg C$ fueran verdaderos. Aceptada la multiplicidad de A-mundos más cercanos a un cierto mundo dado, en la teoría de D. Lewis el condicional $A \rightarrow C$ y el condicional $A \rightarrow \neg C$ podrían ser, entonces, ambos falsos. De este modo, la falsedad del condicional $A \rightarrow C$ no implica, en esta teoría, la verdad de $A \rightarrow \neg C$ y con ello, la negación externa del condicional $A \rightarrow C$ no equivale a la verdad del condicional opuesto $A \rightarrow \neg C$.

Si bien, como consecuencia de esta modificación de las condiciones de verdad de la teoría de Stalnaker, se invalida la equivalencia entre la negación del condicional y la afirmación del condicional opuesto, D. Lewis puede, por esa misma razón, caracterizar un segundo operador contrafáctico, anotado \diamondrightarrow y definirlo mediante la negación del condicional \rightarrow de la siguiente manera:

$$A \diamondrightarrow C =_{df} \neg(A \rightarrow \neg C)$$

Mediante esta definición, tenemos entonces que

$$\neg(A \rightarrow C) \text{ y } A \diamondrightarrow \neg C$$

resultan lógicamente equivalentes. La negación de un contrafáctico tal como *No es cierto que si Cobos hubiera votado a favor de la resolución 125, los Kirchner estarían distanciados de él* equivale, según D. Lewis al contrafáctico *Si Cobos hubiera votado a favor de la resolución 125, los Kirchner podrían no estar distanciados de él*.

Más allá de las diferencias entre la teoría de Stalnaker y la teoría de D. Lewis, en ambos casos, la negación de un condicional equivale a una afirmación condicional.

He realizado esta breve exposición de las teorías contrafácticas de Stalnaker y D. Lewis con el objeto de señalar que: i) hay al menos cierta clase de enunciados condicionales para cuya aceptación o verdad no es suficiente la falsedad del antecedente, ii) desde ciertas lógicas condicionales, la evaluación de un condicional exige atender únicamente los casos de antecedente verdadero y desatender los casos de antecedente falso, iii) desde ciertas lógicas condicionales, la negación de un condicional equivale a la afirmación de un cierto condicional opuesto.

De este modo, y aunque las condiciones de verdad del condicional material establezcan que un condicional con antecedente falso es verdadero y que la negación de un condicional equivale a una afirmación conjuntiva, podemos encontrar que desde la perspectiva de otras teorías condicionales, estas particularidades del condicional clásico son rechazadas.

Hacia la construcción de la hipótesis

Ahora bien, como hemos visto, las construcciones condicionales del pretérito pluscuamperfecto del modo subjuntivo sugieren la falsedad del antecedente. Por ello se denominan condicionales contrafácticos. Tal como hemos presentado de manera sucinta, la evaluación de un condicional de esta clase se realiza atendiendo al valor del consecuente en una situación en la cual el antecedente es verdadero. Así, el caso del antecedente falso no es considerado en la evaluación de un condicional contrafáctico. De este modo, enfrentados ante un condicional indicativo del lenguaje castellano, parece natural o bien considerar que su antecedente no es falso o bien considerar el caso del antecedente falso desde una perspectiva plenamente contrafáctica, es decir, analizando una situación en la cual el antecedente se cumple. En cualquiera de estos dos casos, sólo consideraríamos las posibilidades en las que el antecedente es verdadero y dejaríamos de lado los casos en los que éste es falso.

De un modo similar, podemos suponer que los alumnos, motivados por nuestra explicación de las condiciones de verdad del condicional en términos de promesa, motivados por el desconocimiento u olvido de dichas condiciones, apelarán probablemente en la instancia de simbolización a su conocimiento preteórico del condicional, es decir, al conocimiento intuitivo del condicional que tienen por ser usuarios del lenguaje castellano. Podemos suponer entonces que cuando los alumnos simbolizan condicionales del modo indicativo por apelación a su conocimiento intuitivo de la lengua no consideran plenamente los casos falsos del antecedente, restringiendo las posibles valuaciones del antecedente a las alternativas verdaderas. Esta restricción del antecedente falso se expresa, en el caso de la fórmula en cuestión, en la consideración de

$$A \rightarrow \neg(A \rightarrow C)$$

en lugar de

$$\neg(A \rightarrow C).$$

Ahora bien, si tenemos en cuenta que las dos fórmulas objeto de este trabajo

$$\neg(A \rightarrow C) \text{ y } (A \rightarrow \neg C)$$

divergen únicamente en los casos en los que el antecedente es falso, entonces si excluimos dicha posibilidad y consideramos

$$A \rightarrow \neg(A \rightarrow C)$$

en lugar de

$$\neg(A \rightarrow C)$$

podremos observar que la negación interna y la negación externa resultan lógicamente equivalentes. En otros términos, si se da A , entonces

$$\neg(A \rightarrow C) \text{ equivale a } (A \rightarrow \neg C).$$

Así, en este caso en particular de la negación del condicional, la elisión del caso del antecedente falso ocasiona la equivalencia de la negación interna y externa.

Por ello, la hipótesis explicativa que propongo es la siguiente: aquellos alumnos que, por alguna razón, apelan en la instancia de traducción a su conocimiento de hablantes del lenguaje natural no simbolizan la negación del condicional material sino la negación del condicional del lenguaje natural. Entiendo que es la consideración del condicional desde la perspectiva natural, y su consecuente supresión del caso falso del antecedente, lo que ocasiona la consideración de la negación externa del condicional y su negación interna como equivalentes.

Por todo esto, considero que tenemos razones para i) entender porqué algunos alumnos simbolizan enunciados con estructura *No es cierto que si se da A, entonces se da C* en términos de *Si A, entonces no se da C*; ii) entender porqué dicha simbolización se presenta con bastante regularidad y iii) considerar correcta a dicha simbolización.

Consideraciones finales

Si lo dicho hasta aquí es correcto, entonces parece que los docentes nos enfrentamos a dos alternativas. Por un lado, si pretendemos evitar que los alumnos eludan la consideración de los casos de antecedente falso y que, como consecuencia de eso, postulen el condicional opuesto como adecuada simbolización de un enunciado con estructura *No es cierto que si A, entonces se da C*, entonces los docentes no debemos generar la fantasía de que el uso de los condicionales en el lenguaje natural se corresponde con el significado del operador material y

que por ello, la apelación al conocimiento preteórico del lenguaje natural arrojará los resultados correctos en la instancia de simbolización. Por otro lado, si los docentes pretendemos que los alumnos utilicen su conocimiento intuitivo del lenguaje natural a los efectos de la traducción al lenguaje formal de la lógica proposicional, entonces deberemos reconsiderar que la simbolización en cuestión constituya un error, puesto que la simbolización de la negación externa como negación interna expresaría una adecuada comprensión de las condiciones de aceptación preteóricas del condicional del lenguaje natural. Y es por esto último por lo que considero que tenemos razones también para estimar como correcta la simbolización puesta en cuestión.

Referencias

Lewis, D. (1973) *Counterfactuals*, Oxford, Blackwell.

Stalnaker, R. (1968) "A theory of conditionals" en Ed. E. Sosa, (1975) *Causation and conditionals*, Oxford, Oxford Univ. Press, pp. 165-179.