

## **Matemática, GeoGebra y fotografía, combinados para motivar la enseñanza y el aprendizaje**

**Karina A. Rizzo<sup>(1,2,3,4)</sup>, Viviana Costa<sup>(1,3)</sup>**

<sup>1</sup> IMApEC, Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

<sup>2</sup> ISFD yTN°24; I.N.S.P. Socorro; Inst. Sagrada Familia, Buenos Aires, Argentina

<sup>3</sup> Instituto GeoGebra de La Plata

<sup>4</sup> [karinarizzo71@gmail.com](mailto:karinarizzo71@gmail.com)

### **Resumen**

En este trabajo presentamos algunas de las producciones de una actividad extracurricular que se realiza en el nivel secundario y en formación de profesores que se ha denominado Concurso FotoGebra. Este concurso ya va por su cuarta edición, es abierto a la comunidad educativa que desee participar, y tiene por objetivo motivar la enseñanza y el aprendizaje a partir de unir la matemática, la fotografía y el software GeoGebra. Se pretende con esta iniciativa, no sólo poner de relieve las características del programa sino también, despertar la creatividad de los participantes para diseñar situaciones problemáticas.

**Palabras clave:** Matemática; GeoGebra; modelización; enseñanza y aprendizaje.

## Introducción

Con la intención de motivar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática es que en el año 2016 se diseña y se implementa por primera vez, una actividad extracurricular a los planes de estudio en el nivel secundario de la Provincia de Buenos Aires, que se denominó Concurso FotoGebra (Rizzo, 2016).

El concurso, combina la matemática, la fotografía y el software libre GeoGebra, con el lema: “Atrapar con tu foto un concepto matemático, si puedes...”, y reta a los participantes (estudiantes de escuelas secundarias e institutos de profesorado) a observar detalladamente a su alrededor, invitándolos a descubrir que en todo cuanto los rodea está implícita la matemática (<https://www.geogebra.org/u/fotogebra>), encuadrado en el enfoque de la Educación Matemática Realista (Alsina, Novo Martín, Moreno Robles, 2016).

El software que se eligió para realizar la actividad es GeoGebra, un software de geometría dinámica, libre y multiplataforma, que ha sido concebido en especial para favorecer la educación matemática. Pues tal como menciona Carrillo (2012) su utilización en el aula de matemática es imprescindible, porque permite realizar construcciones que en lápiz y papel no podrían estar realizándose.

La estrategia pedagógica propuesta en el concurso está orientada a “hacer matemática” a partir de resolver un problema que es elegido por los mismos participantes. De este modo se propone una práctica de aprendizaje distinta a la habitual, donde los problemas que se plantean en las aulas a los estudiantes, son dados por el profesor o en los libros de texto, para mostrar que se sabe aplicar un concepto o un método, algoritmo o procedimiento rutinario, y, con ese fin, la tarea consiste en encontrar la solución (Puig, 1992). También, según Charnay (1994), la resolución de problemas posee múltiples ventajas. Entre estas, considera

sólo hay problema si el alumno percibe una dificultad: una situación que hace problema para un determinado alumno puede ser inmediatamente resuelta por otro (y entonces no será percibido por éste último como un problema). Hay, entonces una idea de obstáculo a superar (p. 62).

Además, ese modo de aprender permite vivenciar el estilo y las características de la tarea que realiza la comunidad matemática. Para hacer matemática es ineludible resolver

problemas, aunque esta actividad no se considera suficiente. La descontextualización de los resultados obtenidos es lo que permite generalizar y realizar transferencias pertinentes (Pochulu, 2018).

El concurso ya va por su cuarta edición (una vez al año), y se extendió en el último año a la postulación de estudiantes de profesorado. A la fecha han participado numerosas escuelas de la Provincia de Buenos Aires (Quilmes, Bernal, Berazategui, Florencio Varela, La Plata y sus alrededores), Santa Fe, Entre Ríos y más de 50 postulantes (con edades que rondan entre los 12 y 18 años) en cada edición.

En lo que sigue de este trabajo, se detallan aspectos destacados del Concurso, con el objetivo de difundirlo en la comunidad educativa. Además, se exponen y describen brevemente algunos de los trabajos distinguidos. Finalmente se presentan conclusiones y trabajos a futuro.

### Concurso FotoGebra

El concurso es libre, gratuito y tiene sólo fines educativos. Se difunde su realización en el sitio <https://www.facebook.com/FotoGebra/> así como también a través de charlas informativas y talleres. Asimismo, es divulgado en las redes y en los espacios educativos, con imágenes del estilo de la Figura 1.



Figura 1: Concurso FotoGebra.

El concurso, consiste en que los participantes a partir de una fotografía (elegida por ellos mismos), diseñen una situación problemática que la involucre para luego insertando esa imagen en la Vista Gráfica de GeoGebra, modelicen matemáticamente tal situación planteada, resuelvan el problema matemático e interpreten en función de lo propuesto.

Se pretende con esta iniciativa, no sólo poner de relieve las características de GeoGebra (software de Geometría dinámica que combina geometría, álgebra, análisis y estadística, de descarga gratuita y de uso en múltiples plataformas), sino también, despertar la creatividad de los participantes para diseñar situaciones problemáticas y además descubrir el potencial de GeoGebra para trabajar la modelización matemática, en el enfoque de Blomhøj (2008) y de Segal y Giuliani (2008). Los objetivos que persigue el concurso son:

- Despertar el interés de los estudiantes hacia la matemática.
- Potenciar el aprendizaje de la matemática a través del uso de GeoGebra.
- Relacionar los contenidos del área con la realidad circundante.
- Trabajar la modelización matemática desde situaciones planteadas de la vida cotidiana, representadas en este caso mediante la fotografía.
- Promover el desarrollo de competencias matemáticas de resolución de problemas.
- Estimular la creatividad y la capacidad para expresarse.
- Fomentar el trabajo en equipo.

Al concurso pueden participar todos los estudiantes del Nivel Secundario (ES) y estudiantes de Profesorados en Matemática. En función del año que cursen, se establecieron las siguientes categorías:

- Categoría 1: Alumnos 1º, 2º y 3º ES.
- Categoría 2: Alumnos 4º, 5º y 6º de ESS.
- Categoría 3: Alumnos de 1º y 2º año de Profesorados en Matemática.
- Categoría 4: Alumnos de 3º y 4º año de Profesorados en Matemática.

Los trabajos, deben ser realizados por grupos de 2 estudiantes. Un mismo estudiante no puede pertenecer a más de un grupo. Además, los dos alumnos/as de una pareja deben pertenecer a la misma categoría, y cada grupo puede presentar como máximo 3 trabajos.

Las bases del concurso son publicadas en un sitio al que los participantes pueden acceder mediante el siguiente enlace [https://drive.google.com/file/d/1nfU0l-EOJLpzsudNrJYbv9cAF7g1Zn\\_u/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1nfU0l-EOJLpzsudNrJYbv9cAF7g1Zn_u/view?usp=sharing).

Durante el tiempo transcurrido, entre la presentación de las bases del concurso y la entrega de las fotografías, se realizan charlas informativas y talleres, abocados al uso de GeoGebra, para estudiantes como para los docentes que deseen asistir.

Los trabajos presentados por los participantes, se evalúan por varios especialistas en la temática. Entre ellos se ha contado con la colaboración del profesor Agustín Carrillo (Embajador a nivel mundial del software GeoGebra). Se consideran para ello los siguientes aspectos en una escala entre 0 a 3, donde 0 es más bajo y 3 más alto:

- Diseño /Presentación de la obra.
- Fotografía: estética, equilibrio compositivo, originalidad, dinamismo, encuadre fotográfico.
- Situación problemática.
- Creatividad.
- Conocimiento /contenido matemático aplicado.
- Manejo de GeoGebra.
- Aspecto destacable (mención de algún aspecto no considerado).

Para cada obra presentada se confecciona una grilla en la que se coloca el puntaje para cada ítem a evaluar. De este modo, se obtiene un puntaje final, que da lugar al ganador, por cada categoría. También se disponen en una página pública en Facebook (<https://www.facebook.com/FotoGebra/>), todas las producciones de los participantes, para que el público en general pueda votar con un “me gusta”, y el más votado recibe una mención especial. Es de destacar que previo al evento de premiación, se realiza una “muestra” con todas las fotografías presentadas, y todo aquél que visite dicho evento, puede votar la obra que considere. La producción más votada por el público que visita la muestra también recibe una mención especial.

Una vez finalizadas todas las instancias del concurso y de la evaluación, se da lugar en forma presencial y habiendo convocado a todos los participantes y evaluadores, a la premiación, que consta de una certificación y de un presente significativo. Así, se da por finalizado el concurso y se invita a participar en el año siguiente.

## Producciones

De todas las obras presentadas en las ediciones del concurso (accesibles en el enlace <https://www.geogebra.org/search/fotogeobra>), en lo que sigue describiremos aquí sólo algunas, una por cada categoría. De cada una, detallaremos, el título, cuál fue el problema elegido por el o los postulantes, el modelo matemático utilizado, su resolución matemática y la interpretación que realizaron para dar respuesta al problema.

### Categoría 1

Título: Arquitectura arácnida. Autor: Bethencourt, Federico. Edición 2017. Problema: “La arquitectura de las telas de las arañas forma una optimizada estructura capaz de absorber los impactos de las presas eficazmente. La arquitectura de las tela que atrapamos es Tangle webs o cobwebs, “maraña de telarañas”, estas son telas con un aparente desorden pero muy eficaces en la captura. Pero, ¿la araña logró tejer un polígono? a. ¿Identifica puntos, segmentos, rectas y ángulos suplementarios y opuestos por el vértice en la telaraña? b. ¿Los ángulos interiores y lados que muestra la telaraña son iguales? c. ¿Puede hallar el perímetro de la telaraña? d. Hace mucho tiempo, un matemático Griego llamado Pitágoras descubrió una propiedad interesante de los triángulos rectángulos. Esta propiedad, que tiene muchas aplicaciones en la ciencia, el arte, la ingeniería y la arquitectura, se le conoce como Teorema de Pitágoras. ¿Puede visualizar esta propiedad en la tela de la araña? (Figura 2).

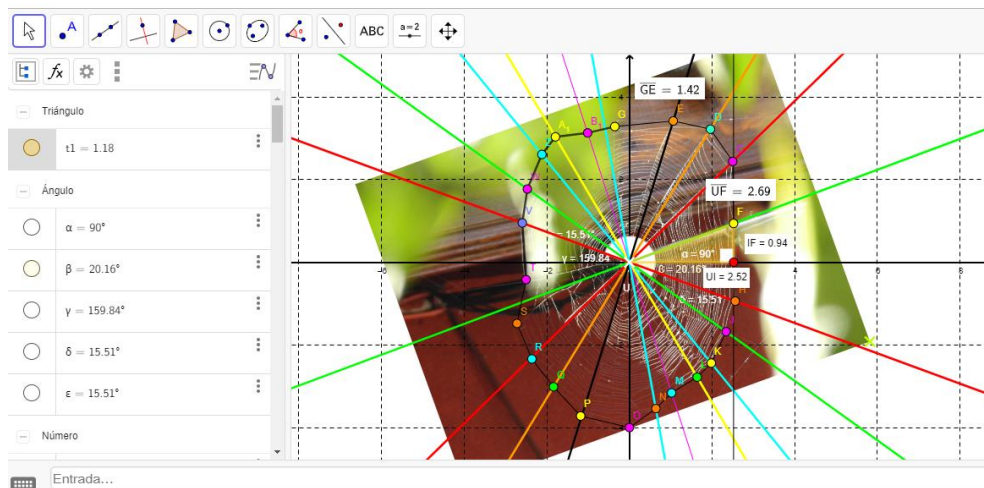


Figura 2: Arquitectura arácnida.

Resolución: La topología o arquitectura de red definida por la telaraña se presta a una modelización. Los postulantes, identifican elementos que la constituyen. Entre ellos el que denominan centro  $U=(0,0)$  y otros puntos que se evidencian en la telaraña. Luego, trazan rectas y segmentos con los comandos de GeoGebra, para determinar las formas geométricas. Calculan las longitudes de los segmentos, observando que al ser diferentes determinan un polígono irregular. Identifican además un triángulo rectángulo, indicando que uno de sus ángulos interiores mide 90 grados. Concluyen que la araña construyó un polígono. Los conceptos matemáticos utilizados, son los de plano coordenado, puntos en el plano, rectas y su ecuación, polígonos, triángulo, ángulos interiores y distancia entre puntos en el plano.

### *Categoría 2*

Título: Cavidad Cupil. Autor: Fuentes, Danilo. Edición 2018. Problema: “A lo largo de la historia, y en distintos lugares del mundo, los seres humanos, utilizamos diversos recipientes para consumir diferentes bebidas. Por lo general todos muy variados, y diferentes los unos de los otros, es por ejemplo, el caso de las copas, las cuales se pueden encontrar en distintos diseños, formas, y tamaños. En mi situación, festejando con mi familia, en el brindis me sirvieron champagne en una Copa de Flauta. Yo no soy de tomar bebidas alcohólicas por lo que luego me sentí intrigado y quería saber exactamente la cantidad que había tomado” (Figura 3). Resolución: Para resolver el problema el postulante inserta en la Vista Gráfica 2D de GeoGebra la fotografía de la copa. Modela la copa graficando dos funciones exponenciales que representarían su contorno. Luego con el comando cilindro en la Vista 3D calcula el valor del volumen del contenido del cilindro. Dado que este excede al de la copa, plantea la resta entre los volúmenes usando el comando Solido de Revolución y obtiene que el contenido de la copa es de 25 ml. Los conceptos matemáticos que utilizan son: función exponencial, función a trozos, el concepto de volumen, solido de revolución, integral definida, circunferencia, cilindro, volumen de un cilindro.

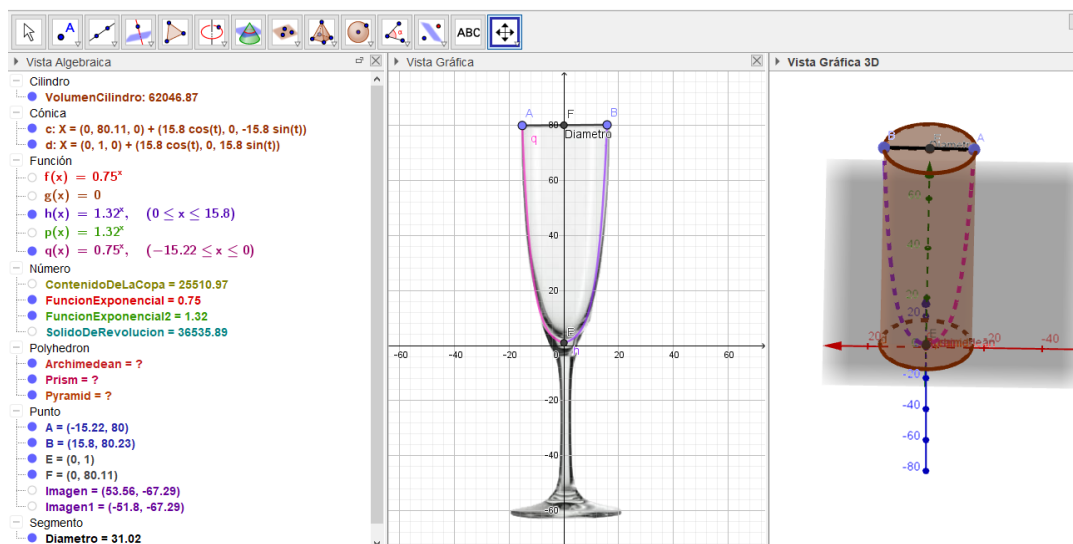


Figura 3: Cavidad cupil.

### Categoría 3

Título: Dunaxial. Autor: Gomez, Javier. Edición 2018. Problema: “Juan y su familia salieron a pasear por la ciudad con el duna, y mientras paseaban pasaban por vidrieras de negocios en donde se reflejaba el auto del lado de la ventanilla en el cual se encontraba y se preguntó si existe alguna forma matemática para que ese "reflejo" pueda ser de frente, saco una foto investigo y pudo lograr su cometido (Figura 4). Resolución: Insertan la fotografía en GeoGebra, e identifican los puntos vértices de cada extremo. Es decir, marcan puntos entre las ventanas, el capot, luces, espejos etc. Luego establecen los polígonos. A través de una recta horizontal perpendicular al eje x, identifican una simetría axial de cada polígono. Los conceptos matemáticos utilizados, son los de plano coordenado, puntos, rectas, polígono y simetría respecto de un eje.



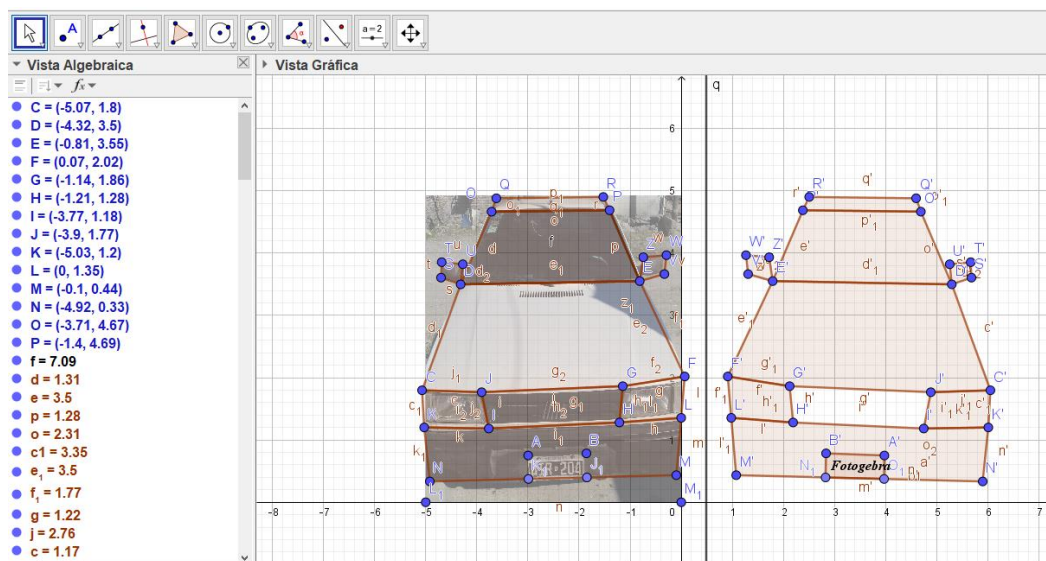


Figura 4: Dunaxial.

#### Categoría 4

Título: A través del túnel. Autor: Lidia Sena y Natalia Daiana Gómez. Edición 2018.

Problema: “El subterráneo en la Ciudad de Buenos Aires es el segundo medio de transporte más utilizado, por lo cual se quiere realizar la más atractiva planificación de una nueva línea “G” con el objetivo de generar fluidez al tránsito en calles y avenidas, proyectada para armar un túnel que una Retiro y el monumento al Cid Campeador, también conocido como las “7 esquinas”. Los arquitectos encargados del proyecto se realizan un par de preguntas a la hora de comenzar la construcción: ¿Cuál es el área ocupada por un túnel subterráneo? ¿Cuál es la altura máxima que debe tener un túnel subterráneo?”. Resolución: Para resolver el problema, modelan el arco de curva mediante una función que obtienen con el comando AjustePolinomico tras colocar algunos puntos sobre la imagen insertada en la Vista Gráfica (Figura 5). Luego con el comando Integral obtienen el área bajo la curva en un intervalo previamente determinado. Obtienen que el área es de  $26,26 \text{ m}^2$  aproximadamente. Para conseguir la altura máxima del túnel calculan mediante el comando Derivada la primera derivada de la función obtenida por el ajuste. Le calculan el cero a esa función para luego determinar evaluando ese valor en la derivada segunda para determinar si la raíz hallada es un máximo o un mínimo. Obtuvieron que la altura máxima del túnel es de 4,56 metros aproximadamente. Los conceptos matemáticos utilizados, son los relativos a funciones continuas, ajuste de curvas, funciones polinomiales, derivada de una función, extremos de funciones y raíces.

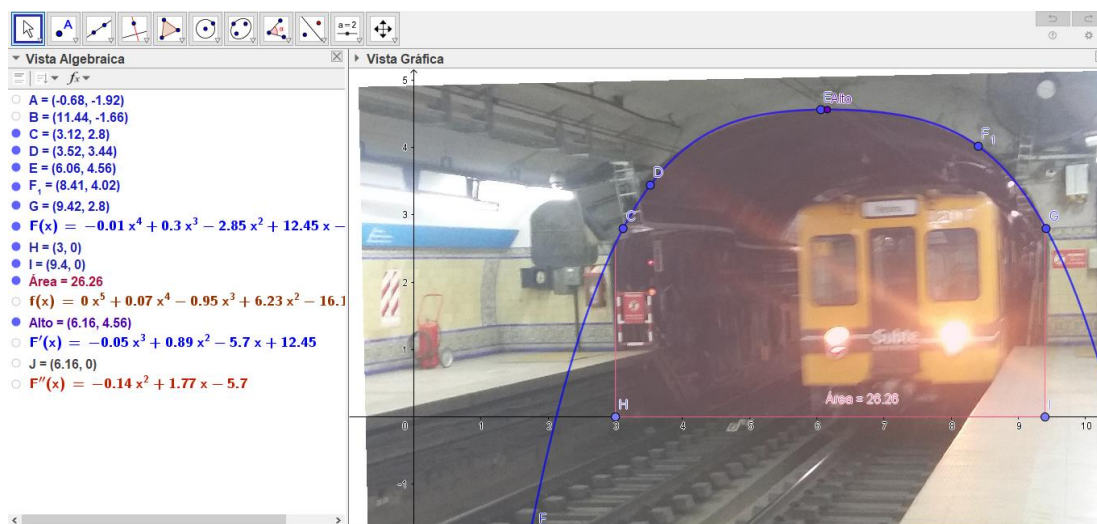


Figura 5: A través del túnel.

## Conclusiones

En este trabajo se expuso en forma descriptiva la modalidad del concurso FotoGebra que pretende ser una actividad destinada a diversos niveles educativos, para promover de forma innovadora el aprendizaje y uso de la matemática. El concurso combina la fotografía, la matemática y el software GeoGebra. Este último recurso es lo que lo diferencia de otros concursos existentes, constituyéndose en una propuesta distinta. Esto se detalla en Rizzo y Costa (2018). Durante la última edición se amplió respecto de las anteriores, a nivel nacional (Argentina) y se proyecta abrir su convocatoria a otros países. Además se mostraron algunas de las producciones presentadas al concurso, donde se observa el “hacer matemática” a partir de la resolución de problemas. Se considera que este estilo de propuestas, sistematizadas en el tiempo, redundaría en mejoras educativas en el área de matemática. Se proyecta a futuro analizar cualitativamente, desde un marco teórico en didáctica de la matemática, los cambios y efectos que el concurso FotoGebra produciría, no solo en los participantes, sino también en la comunidad educativa que acompaña colaborando en las distintas ediciones.

## Referencias bibliográficas

Alsina, Á.; Novo Martín, M. L.; Moreno Robles, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 1-20.

- Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática-una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática*, 23(2), 20-35.
- Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29 (1), 9-22..
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Parra, C; Saiz, I. (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.
- Pochulu, M. [et al.]; compilado por Pochulu, M. (2018). *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones. Libro digital*. Villa María: GIDED.
- Puig, L. (1992). Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. *Aula de innovación educativa*, (6), 10-12.
- Segal, S.; Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Rizzo, K. (2016). Concurso Matemática, Fotografía y GeoGebra: Una propuesta para mejorar la imagen de la matemática. IBERCIENCIA Comunidad de educadores para la Cultura Científica. Disponible en: <http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?Concurso-Matematica-Fotografia-y-GeoGebra-Una-propuesta-para-mejorar-la-imagen>
- Rizzo, K.; Costa, V. (2018). III Edición del Concurso FotoGebra: Matemática, Fotografía y GeoGebra. Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes. Edita Asociación Formación IB. Disponible en: <http://formacionib.org/congreso/1023.pdf>