

MEJORAR LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA ASIGNATURA SOBRE LA BASE DE LA OPINIÓN DE LOS ALUMNOS

V. A. Costa; V. L. Guarepi

*UID: IMaPEC. Departamento de Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería.
Universidad Nacional de La Plata.
vacosta@ing.unlp.edu.ar beraland@yahoo.com.ar*

RESUMEN

En la Facultad de Ingeniería de la UNLP, se implementó en el año 2003 un cambio del Plan de Estudios en todas las carreras. Por ende es necesario hacer un análisis y seguimiento de las nuevas asignaturas. Esto es posible mediante distintos medios, entre ellos: encuesta a los alumnos, entrevistas a docentes, análisis de las guías teórico-prácticas, análisis de los contenidos y de la bibliografía utilizada, resultados cuantitativos (número de alumnos promocionados, recursantes y número de alumnos que sólo aprobaron trabajos prácticos), etc. En este trabajo de investigación se hace un análisis de la asignatura Matemática C, cuyos contenidos son los de Álgebra Lineal, analizamos el proceso de enseñanza y aprendizaje, la implementación de esta asignatura y mostramos los resultados de las encuestas de opinión realizada a los alumnos de la Facultad de Ingeniería que cursaron Matemática C durante los años 2005 y 2006. A partir de este estudio proponemos un plan de mejoramiento y de seguimiento de la asignatura.

Palabras clave: Álgebra Lineal. Encuesta. Mejoramiento de la enseñanza.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del álgebra lineal reviste ciertas características muy especiales. La presentación de objetos como espacios vectoriales, transformaciones lineales, valores y vectores propios, etc. parte de una definición formal, sin que en la mayoría de las veces medie una motivación previa similar a lo que ocurre, por ejemplo en el Cálculo. En el Cálculo, es frecuente motivar la enseñanza de los conceptos a partir de otros conocimientos físicos o geométricos presentados previamente, pero en el álgebra lineal, la mayor parte de los conceptos se presentan como definiciones formales de objetos cuya existencia no tiene (en la mayoría de los casos) conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motiven la definición presentada.

Los primeros trabajos en investigación en educación matemática se desarrollaron sobre cálculo, pero en los últimos 20 años varios grupos de investigadores están trabajando sobre la didáctica del álgebra lineal. La enseñanza de álgebra lineal es universalmente reconocida como difícil (Carlson, *et al.*, 1997) cualquiera sea la orientación que se dé a la materia (matricial, axiomática, geométrica, computacional) debido a las dificultades conceptuales y al tipo de pensamiento requerido para la comprensión de la asignatura. Dorier en su

investigación muestra la necesidad de los estudiantes de involucrarse a lo largo de su trabajo matemático en un análisis reflexivo de los objetos, para entender los aspectos unificadores y generalizadores de los conceptos de álgebra lineal.

En el año 1990, dada la problemática que se presentaba del aprendizaje de Álgebra Lineal, se forma el Linear Algebra Curriculum Study Group (LACSG), conformado por: David Carlson, Charles R. Johnson, David C. Lay y A. Duane Porter, para mejorar el currículo de Álgebra Lineal. Son ellos quienes recomiendan apartarse de la abstracción y acercarse a un curso más concreto, basado en matrices (Carlson, *et al.*, 1997).

Recientemente varios grupos de investigadores están trabajando sobre la didáctica del álgebra lineal. Entre ellos un grupo francés integrado por Jean Luc Dorier, Aline Robert, Jacqueline Robinet, Marc Rogalski, Michele Artigue, Marlene Alves Dias, Ghislaine Chartier, un grupo canadiense con Anna Sierpinska y Joel Hillel, y en EEUU Guershon Harel y Ed Dubinsky. Varios estudios de diagnóstico dirigidos por Dorier, Robert, Robinet y Rogalski entre 1987 y 1994 apuntaron a un solo obstáculo macizo que aparece en todas las sucesivas generaciones de estudiantes y para casi todos los modos de enseñar, a saber, lo que los autores de la tesis llamaron el obstáculo del formalismo.

En algunas investigaciones en torno a los problemas en el aprendizaje del álgebra lineal se reporta que entre los orígenes de esas dificultades están los diversos lenguajes que se usan (Dorier, 2002). El uso de estos lenguajes sin articulación son muchas veces el origen de algunas de las dificultades para el aprendizaje de los conceptos del álgebra lineal (Sierpinska, *et al.*, 1999). Entre esos lenguajes están: el lenguaje abstracto; el lenguaje algebraico de \mathbb{R}^n y el lenguaje geométrico de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 (Hillel, 2000). Cada uno de estos tipos de lenguaje desarrolla, en forma correspondiente los siguientes tipos de pensamiento necesarios para que un estudiante pueda entender la materia.

En particular en la Facultad de Ingeniería de la UNLP, en el año 2002 un grupo de Profesores, preocupados por lograr un mejoramiento en la enseñanza de la Matemática en general, que se viera reflejado en un mejor rendimiento de los alumnos, comienzan a analizar las dificultades de éstos en el proceso de aprendizaje de la Matemática Básica y en particular del Álgebra Lineal.

El grupo de Profesores entiende que era necesario pensar en un cambio. Finalmente a fines del año 2002 se modifican los planes de estudio incorporando las sugerencias realizadas por ellos, cuyo objetivo sería el de integrar las asignaturas de matemática con el resto de las áreas y materias, mejorar el rendimiento de los estudiantes en dichas asignaturas y disminuir la dificultad de los estudiantes en recuperar los conceptos matemáticos en otros contextos. El esquema diseñado se basó en la organización de los

contenidos alrededor de ejes conceptuales comunes, en un cambio metodológico y en la redistribución de los recursos existentes a fin de mejorar la calidad de la enseñanza impartida (Bucari, 2004). Se definió así, un trayecto básico de matemática integrado por tres materias consecutivas, dos de Cálculo y la tercera que incluye los contenidos básicos de Álgebra Lineal.

Esta nueva estructura nos lleva a hacer un análisis y seguimiento de las asignaturas implementadas. Utilizamos diferentes medios para hacerlo, entre ellos: encuesta a los alumnos, entrevistas a docentes, análisis de las guías impresas teórico-prácticas, análisis de los contenidos y de la bibliografía utilizada y de los resultados cuantitativos (número de alumnos promocionados, recursantes y número de alumnos que sólo aprobaron trabajos prácticos).

En este trabajo se hace un análisis de la implementación de la asignatura Matemática C (Álgebra Lineal), a partir de una encuesta que se realizó a los alumnos en los años 2005 y 2006.

Los resultados cuantitativos obtenidos de las encuestas nos servirán de base para la elaboración de hipótesis acerca de como se enseña Álgebra Lineal en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, e idear propuestas de mejoramiento y de seguimiento de la materia.

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE ÁLGEBRA LINEAL EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Los contenidos de Matemática, a partir del 2002, se organizaron en un trayecto básico estructurado según ejes comunes (Tabla 1).

La Asignatura Matemática C, es del tercer semestre de todas las carreras de Ingeniería. Sus contenidos son: Series numéricas y de funciones - Matrices, sistemas de ecuaciones lineales, matriz inversa, determinante, rango -Espacios vectoriales, bases, dimensión - Transformaciones lineales. Autovalores y autovectores de una transformación lineal - Diagonalización de matrices- Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden y sistemas de ecuaciones diferenciales-Álgebra Lineal Numérica: Teoría de errores. Aproximación de raíces de ecuaciones no lineales. Matrices y operaciones relacionadas sobre un computador. Sistemas de ecuaciones lineales. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.

En el plan de estudios anterior (1988) la mayoría de los contenidos de esta asignatura se enseñaban en el primer semestre de las carreras de Ingeniería en la materia Álgebra. Esta se dictaba en paralelo con Geometría Analítica y Análisis Matemático I. El aprendizaje y

rendimiento académico de los alumnos en Álgebra con ese plan de estudios no era muy bueno. El alumno no lograba entender las distintas representaciones (algebraica, abstracta y geométrica) de un mismo objeto, generando esto un problema de aprendizaje. La mayor parte de los conceptos se presentaban como definiciones formales de objetos sin conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motivaran los temas.

Hacemos ahora algunos comentarios sobre como es la enseñanza de estos contenidos, a saber:

La asignatura Matemática C es del tercer semestre (2do. Año) y se dicta después de dos cursos intensivos de Cálculo en una y varias variables, esto hace que los alumnos ya posean una metodología de trabajo y sean capaces de relacionar y conectar con conocimientos previos.

Se utiliza como bibliografía los libros de “Álgebra Lineal” de autores como Stanley I. Grossman, David Poole, David C Lay; que siguen las recomendaciones dadas por el grupo Linear Algebra Curriculum Study Group.

Se utilizan herramientas tecnológicas, como ser software matemático, para mejorar la comprensión y visualización de algunos conceptos.

Se enfatiza en las relaciones que hay entre los conceptos de la misma asignatura como también de asignaturas anteriores.

La transición hacia la abstracción es suave. Se comienza con \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 para luego pasar a \mathbb{R}^n en detalle y por último a espacios más generales.

Se da mucha importancia a la conceptualización, a las aplicaciones del Álgebra lineal y a las gráficas (rotaciones, proyecciones y reflexiones en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)

Se demuestran los resultados más importantes.

Tabla 1: Esquema del Plan de estudios 2002

Trayecto Matemático	Contenidos	Trayecto Físico	Contenidos	Semestre
Matemática A	Diferenciación en una y varias variables.			1°
Matemática B	Integración en una y varias variables. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.	Física I	Mecánica- Fluidos y termodinámica	2°
Matemática C	Series numéricas y funcionales, álgebra lineal, sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias.	Física II	Electricidad y Magnetismo. Ondas mecánicas y electromagnéticas	3°

El diseño de las aulas y la metodología de enseñanza, conciben la clase como un lugar de estudio interactivo con bibliografía y herramientas computacionales en el aula, el docente como guía del aprendizaje y el alumno como constructor de su propio conocimiento. La estrategia de trabajo en el aula es grupal.

ANÁLISIS DE LA ENCUESTA A LOS ALUMNOS

Antes de hacer un estudio de las encuestas y comprender el por qué del análisis realizado es que relatamos como se implementó la asignatura desde el año 2004.

La asignatura es semestral con 9 horas de clases semanales. En cada semestre se forman 5 comisiones de aproximadamente 50 a 60 alumnos, separados de acuerdo a la especialidad de la carrera que estudian. La asistencia a las clases no es obligatoria. Un equipo de docentes, formado por un Profesor, un Jefe de Trabajos Prácticos y Ayudantes, está a cargo de cada grupo, coordinados por el Profesor Titular. Las clases se desarrollan en aulas destinadas para clases de Matemática. Ellas están equipadas con mesas y bancos, adecuado para el trabajo en grupo, y cada mesa cuenta con una PC (una por cada 5 alumnos), y una biblioteca con libros de textos recomendados en la bibliografía de la materia para consulta en el horario de clase. En el aula ocurren la mayoría de las tareas docentes: se enseña, se experimentan distintas estrategias para lograr un mejor aprendizaje y se unifican los criterios de los integrantes del equipo docente. Los alumnos disponen, para el estudio de los temas, Guías Teórico Prácticas confeccionadas por el profesor Titular de la Cátedra.

A raíz de los cambios naturales que se van produciendo en la implementación de la asignatura, vimos la necesidad de hacer un análisis y seguimiento constante de ésta. Por ello realizamos una encuesta a los alumnos en el año 2005 y 2006 para obtener información

de parte de ellos. La encuesta fue realizada a todos los alumnos que asistían a las clases, en forma anónima, al finalizar el curso del primer semestre del 2005 y del primer semestre del 2006.

La encuesta constaba de diez preguntas, y de una última abierta para algún comentario que quisiera realizar el alumno sobre la asignatura, como ser: contenidos, metodología de trabajo en el aula, evaluaciones, etc. Para cada una de las preguntas de la encuesta, se identificaron una serie de indicadores que resumían la información obtenida y que pretendían representar, de una manera cualitativa, los resultados obtenidos. Posteriormente, se diseñó una hoja de cálculo en formato Excel que calculaba automáticamente estos indicadores a partir de los resultados conseguidos.

La cantidad de alumnos que contestó la encuesta fue de 108 en el 2005 y de 123 en el 2006, de un total de alumnos inscriptos de 136 en el año 2005, y de 361 en el año 2006. Los datos obtenidos en la encuesta a las preguntas realizadas a los alumnos se reducen en la Tabla 2.

Tabla 2. Encuesta para alumnos.

	PREGUNTAS	RESPUESTAS 2005	RESPUESTAS 2006
1	Cantidad de materias aprobadas al cursar Matemática C	El promedio es de 6 materias. Siendo 3 el mínimo y 11 el máximo de materias aprobadas	El promedio es de 6 materias. Siendo 4 el mínimo y 14 el máximo de materias aprobadas
2	¿Asistió a clase?	El 97% contestó que SI	El 97% contestó que SI
3	¿Usó la computadora en el aula?	54% contestó haber usado la computadora	34% contestó haber usado la computadora
4	¿Consultó los libros disponibles en el aula?	El 50% contestó que SI.	El 50% contestó que SI.
5	¿Logró usted comprender todos los temas?	Ver Figura 1	Ver Figura 2
6	¿Qué opinión le merecen las Guías Teórico Prácticas?	Ver Figura 3	Ver Figura 4
7	¿Cómo considera que fueron las exigencias para promover la asignatura?	El 71% contestó que las exigencias fueron normales.	El 64% contestó que las exigencias fueron normales.

8	¿Considera que los conocimientos previos para cursar la materia fueron suficientes para abordar los distintos temas?	El 82% contestó que SI.	El 85% contestó que SI.
9	¿Usted considera que el tiempo asignado al desarrollo de los temas de la asignatura le permitió comprenderlos globalmente, es decir, que lo capacitaron para que, recurriendo a textos, pueda resolver situaciones relacionadas?	El 50% contestó que SI	El 48% contestó que SI
10	¿Usted considera que ha logrado comprender globalmente los contenidos de la asignatura, es decir, se siente capacitado, recurriendo a textos, a resolver nuevas situaciones problemáticas?	El 68% contestó que SI.	El 58% contestó que SI.

Para las preguntas 5 y 6 los alumnos debían opinar sobre su comprensión de los contenidos de la asignatura y su aceptación de las Guías Teórico Prácticas que elabora el profesor Titular y Profesores Adjuntos de la cátedra. Para que al alumno le sea más simple contestar estas preguntas y a nosotros poder procesar la información es que decidimos hacer una subdivisión de los contenidos de la signatura en los siguientes bloques: SS: Sucesiones y series - AL: Álgebra Lineal: Matrices, sistemas de ecuaciones lineales, Espacios vectoriales. Transformaciones lineales. Autovalores y autovectores. Diagonalización - ED: Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden y sistemas de ecuaciones diferenciales - CN: Álgebra Lineal Numérica.

En el 2006 se ha preguntado además si le ha parecido útil el uso de software y el 65% ha contestado que sí. El 86% de los alumnos que usó la computadora en clase considera que es útil utilizar software para comparar resultados y el 40% prefirió el Maple al Matlab.

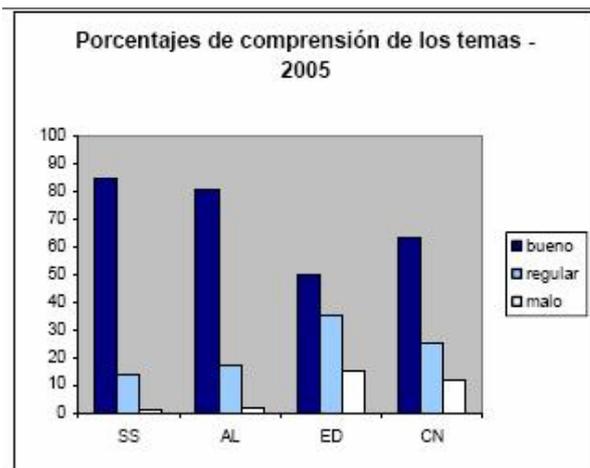


Figura 1

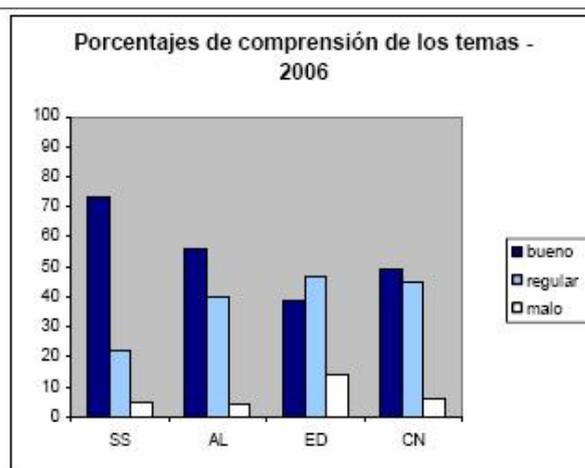


Figura 2

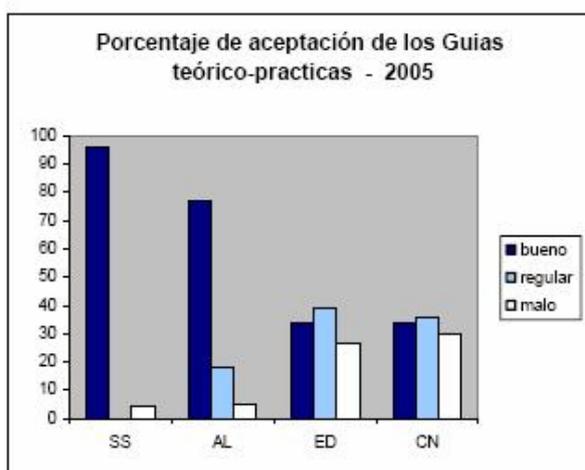


Figura 3

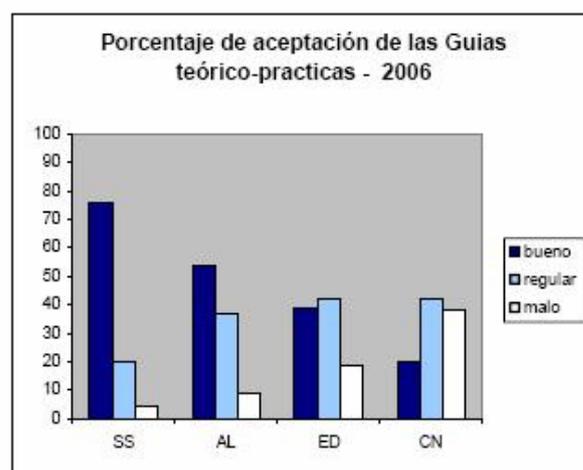


Figura 4

Según la opinión de los alumnos los temas que más dificultades les presentan son: Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Numérica. En cuanto a las Guías teórico-prácticas las que tienen muy poca aceptación son también las que corresponden a esos mismos temas. Se está trabajando en la mejora de éstas Guías de estudio. En cuanto a la comprensión por parte de los alumnos de los contenidos de la asignatura en promedio el 62,5% opinan que comprendieron BIEN los mismos.

Es también importante mencionar que desde la implementación de la asignatura el porcentaje de aprobados es en promedio del 46%, habiendo aumentado en un 20% promedio esta cantidad respecto de la asignatura equivalente del plan de estudios anterior. La cantidad de alumnos desaprobados disminuyó notablemente y sí ha aumentado la cantidad de alumnos ausentes, estos son los alumnos inscriptos en la asignatura, pero que nunca rindieron un examen. Es éste punto, el de la gran deserción de los alumnos en las materias básicas de matemática, en el que hay que trabajar para estimularlos a continuar con sus estudios.

CONCLUSIONES

Luego de este análisis podemos concluir que a partir de la implementación de Matemática C, los nuevos enfoques metodológicos de trabajo en clase, la conformación y equipamiento en las aulas, la opinión de los alumnos, se observa una mejora en el rendimiento académico de los alumnos. Igualmente hay varios puntos en los que se debe trabajar para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje:

- Optimizar la integración de la totalidad de los contenidos de la ésta asignatura.
- Desarrollar actividades que favorezcan que el alumno relacione aún más cada uno de los temas del Álgebra Lineal con el Álgebra Lineal Numérica.
- Facilitar la comprensión del tema Ecuaciones Diferenciales, articulándolo entre Matemática B, Matemática C y Física dado que en estas asignaturas se desarrolla progresivamente este tema.
- Desarrollar talleres con software matemático, para que los alumnos trabajen con la computadora en las clases y se sientan incentivados a probar nuevas tecnologías.
- Proponer distintas actividades para los alumnos recurrentes, se sientan estimulados a continuar con sus estudios y no desertar.
- Realizar entrevistas a los docentes de otras asignaturas de años superiores a la misma para obtener información acerca de los temas que necesitan de la materia y cómo los utilizan.
- Confeccionar y realizar nuevas encuestas que incluya las preguntas analizadas y las que surjan del análisis de este trabajo para obtener información acerca de las propuestas de mejoramiento y de la posible aparición de nuevos problemas.

BIBLIOGRAFÍA

Bucari, N.; Abate, S. y Melgarejo A.. 2004. "Un cambio en la enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Ingeniería de la UNLP: propuesta, criterios y alcance". *Anales del IV Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería*. Buenos Aires, Argentina.

Carlson D.; Johnson C.R.; Lay D.C. y Duane Porter A.. 1997. The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra. *Resources for Teaching Linear Algebra, MAA Notes*, volumen 42, Mathematica Association of America.

Dorier J.L. 2002. Teaching Linear Algebra at University. *Proceedings of the international*

congress of mathematicians, ICM 2002, Pequín, China. Vol. III: Invited lectures. Beijing: Higher Education Press. 875-884.

Hillel J.. 2000. Modes of Description and the Problem of Representation in Linear Algebra. On the Teaching of Linear Algebra, *Kluwer Academic Publishers*, Dordrecht. 191–207.

Sierpinska A.; Trgalova J.; Hillel J.; Dreyfus T.. 1999. Teaching and Learning Linear Algebra with Cabri. Research Forum paper, *Proceedings of PME 23*, Haifa University, Israel, Vol 1. 119–134.