

# El “problema” de enseñar a resolver problemas

---

**Dra Marta Massa**

Grupo de Conceptualización en la Enseñanza de las Ciencias  
Facultad de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura  
Universidad Nacional de Rosario

**II Jornadas de Enseñanza FAHCE-UNLP**

**Buenos Aires, 28 al 30 de octubre de 2009**

# LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDAD DE FORMACIÓN

---

La ausencia o escasa transferencia del conocimiento escolar a la vida cotidiana da evidencia de una enseñanza sin articulación

---

la vida cotidiana no ha sido incluida en ella

La vida cotidiana plantea a todos, sin exclusión, permanentemente situaciones como verdaderos problemas a los que se debe dar respuesta bajo condiciones de contexto específicas

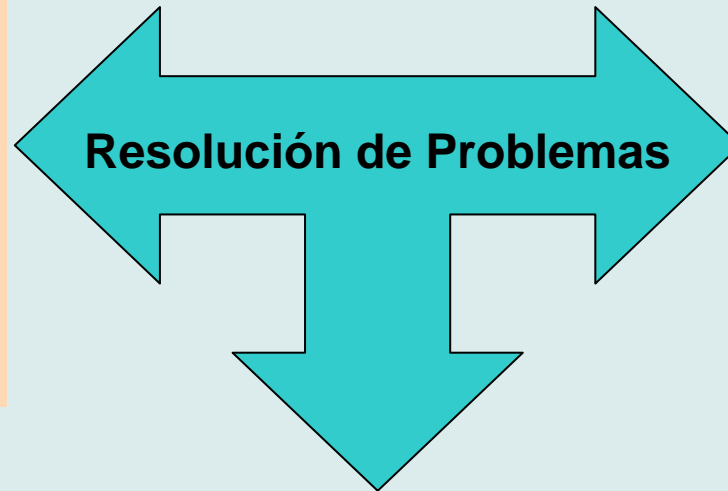
---

La RP debe reconocerse como un objetivo prioritario del aprendizaje para acceder a un comportamiento adulto y una de las metas generales de la formación profesional

# ALGUNAS IDEAS BÁSICAS

---

aprendizaje de los contenidos conceptuales íntimamente relacionado con el desarrollo de las habilidades mediante las cuales se asimilan contenidos actuales y posibles



una búsqueda de posibilidades, evidencias y metas, que implican la elaboración de inferencias, predicciones, supuestos, argumentos, ejemplos y contraejemplos para validar o refutar

aprender  
a  
aprender

más que un contenido, se aprende a actuar ante dificultades y obstáculos, a planificar eficazmente, a elegir estrategias, a evaluar procesos y productos, a adquirir autonomía y autocontrol de las propias actividades de aprendizaje

conocimiento  
en acción

# Cuestiones



---

- ¿Cuál es el efecto de las representaciones externas sobre la comprensión del enunciado del problema?
- ¿Cuáles son los procedimientos para el modelado?
- ¿Cómo se organizan los procedimientos de resolución?
- ¿Qué tipo de situaciones favorece el desarrollo de competencias procedimentales?
- ¿Cómo orientar el razonamiento para una efectiva resolución?
- ¿Cómo incorporar estos elementos en el diseño de entornos de aprendizaje?

# Teoría de Newell y Simon

---

*sistema de procesamiento de la información* (el sujeto)

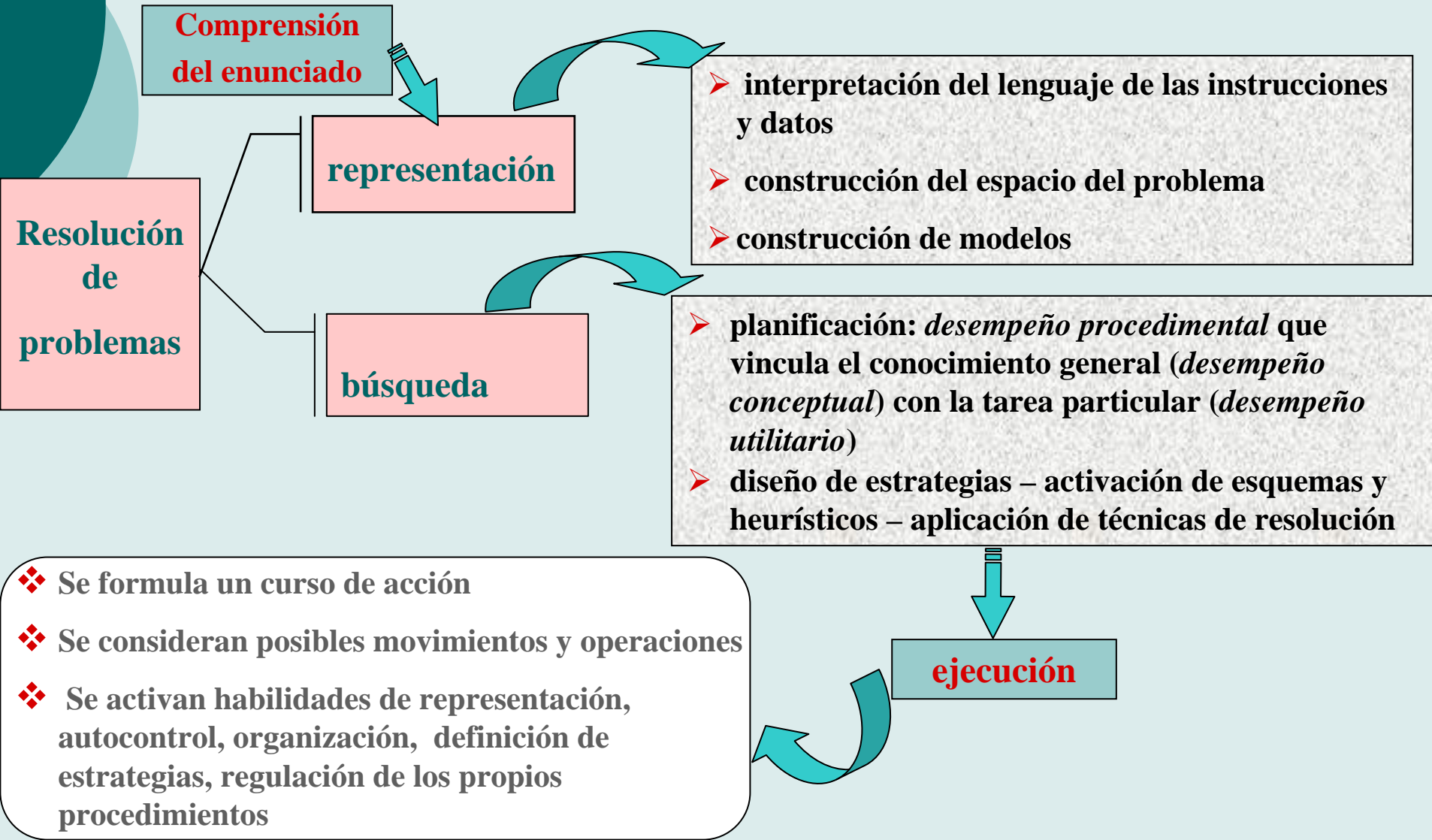
resolución de problemas como un proceso de **representación y búsqueda**

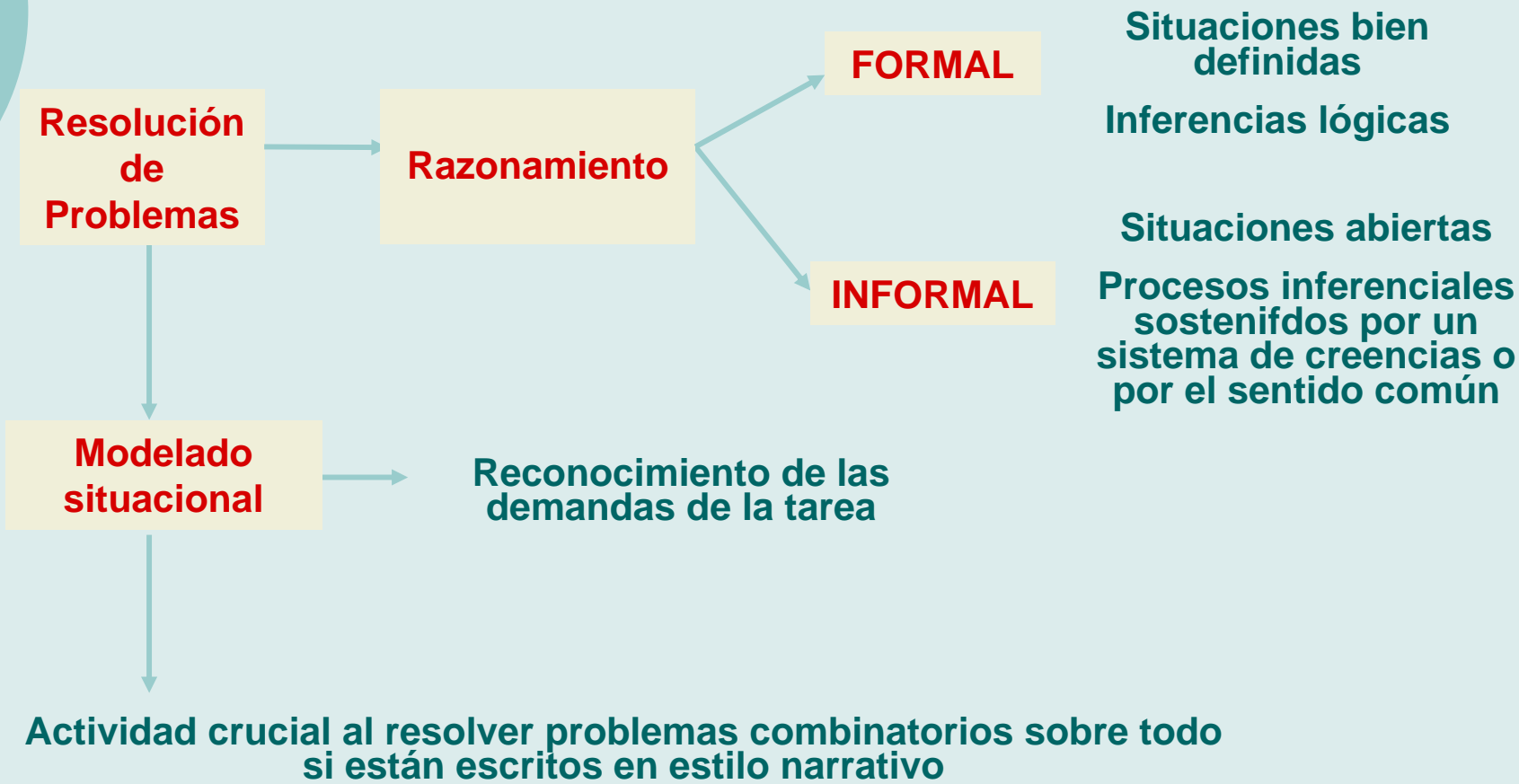
*ambiente de la tarea* (el problema)

↓  
situaciones concretas o imaginarias

*espacio del problema* (la representación interna del problema que hace el sujeto)

# La RP como proceso





## PROBLEMA

---

*María asegura a sus amigos, Luis, Pedro y Juan, que es "adivina" y para convencerlos coloca 24 fichas idénticas sobre una mesa. Luego se venda los ojos y pide que uno tome una ficha, otro dos y el tercero tres. Sin haber visto quién tomó cada cantidad, promete que lo "adivinará".*

*Pero antes necesita que Luis vuelva a tomar tantas fichas como las que tomó, que Pedro tome el doble de las fichas que tiene y que Juan tome el cuádruple de las fichas que había tomado. Una vez que lo hicieron, pide a sus amigos que cada uno guarde sus fichas, tras lo cual María se quita la venda.*

*Si cada chico cumplió con el pedido de María, ¿podrá ella descubrir cuántas fichas tomó cada uno originalmente?*



Parte del enunciado	Representación matemática																																																																								
...para convencerlos coloca 24 fichas idénticas $\Rightarrow$ sobre una mesa...	Cantidad de fichas = 24																																																																								
... y pide que uno tome $\Rightarrow$ una ficha, otro dos y el tercero tres...	Variables: x, y, z (supongamos lo que toman Luis, Pedro y Juan, respectivamente)																																																																								
...necesita que Luis vuelva a tomar tantas $\Rightarrow$ fichas como las que tomó, que Pedro tome el doble de las fichas que tiene y que Juan tome el cuádruple de las fichas que había tomado...	<p>Seis casos:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">1°</th> <th colspan="3">2°</th> <th colspan="3">3°</th> <th colspan="3">4°</th> <th colspan="3">5°</th> <th colspan="3">6°</th> </tr> <tr> <th>L</th><th>P</th><th>J</th> <th>L</th><th>J</th><th>P</th> <th>P</th><th>L</th><th>J</th> <th>P</th><th>J</th><th>L</th> <th>J</th><th>L</th><th>P</th> <th>J</th><th>P</th><th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>4</td><td>12</td> <td>1</td><td>8</td><td>6</td> <td>2</td><td>2</td><td>12</td> <td>2</td><td>8</td><td>3</td> <td>4</td><td>2</td><td>6</td> <td>4</td><td>4</td><td>3</td> </tr> </tbody> </table>	1°			2°			3°			4°			5°			6°			L	P	J	L	J	P	P	L	J	P	J	L	J	L	P	J	P	L	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	4	12	1	8	6	2	2	12	2	8	3	4	2	6	4	4	3
1°			2°			3°			4°			5°			6°																																																										
L	P	J	L	J	P	P	L	J	P	J	L	J	L	P	J	P	L																																																								
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3																																																								
1	4	12	1	8	6	2	2	12	2	8	3	4	2	6	4	4	3																																																								
...pide a sus amigos que $\Rightarrow$ cada uno guarde sus fichas, tras lo cual María se quita la venda...	<p>Suma de cada uno de los casos:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>2</td><td>6</td><td>15</td> <td>2</td><td>10</td><td>9</td> <td>3</td><td>4</td><td>15</td> <td>3</td><td>10</td><td>6</td> <td>5</td><td>4</td><td>9</td> <td>5</td><td>6</td><td>6</td> </tr> <tr> <td colspan="3">23</td> <td colspan="3">21</td> <td colspan="3">22</td> <td colspan="3">19</td> <td colspan="3">18</td> <td colspan="3">17</td> </tr> </tbody> </table>	2	6	15	2	10	9	3	4	15	3	10	6	5	4	9	5	6	6	23			21			22			19			18			17																																						
2	6	15	2	10	9	3	4	15	3	10	6	5	4	9	5	6	6																																																								
23			21			22			19			18			17																																																										
...¿podrá ella descubrir $\Rightarrow$ cuántas fichas tomó cada uno originalmente?	<p>Sí, podrá. Depende de la cantidad de fichas que hay sobre la mesa:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table>	1	3	2	5	6	7																																																																		
1	3	2	5	6	7																																																																				

```
graph LR; A[ESTILO NARRATIVO] --- B[Demanda la transformación de información a un lenguaje combinatorio.]; A --- C[Conflicto frente a preguntas no habituales en un contexto matemático: ¿Podrá ella descubrir...?]; D[MODO DE RAZONAMIENTO] --- E[COMPLETITUD: reconocimiento de todas las posibilidades, con organización de un modelado situacional.]; D --- F[CRITERIO SISTEMÁTICO PARA CHEQUEAR POSIBILIDADES: incorporando un orden al procedimiento y un plan metódico de exploración.];
```

**ESTILO NARRATIVO**

**Demanda la transformación de información a un lenguaje combinatorio.**

**Conflicto frente a preguntas no habituales en un contexto matemático: *¿Podrá ella descubrir...?***

**MODO DE RAZONAMIENTO**

**COMPLETITUD: reconocimiento de todas las posibilidades, con organización de un modelado situacional.**

**CRITERIO SISTEMÁTICO PARA CHEQUEAR POSIBILIDADES: incorporando un orden al procedimiento y un plan metódico de exploración.**



---

**ACTITUDES DE  
LOS  
ESTUDIANTES**

**Inhibición frente a situaciones donde la operatoria y los procesos de análisis adquiridos no se muestran directamente aplicables.**

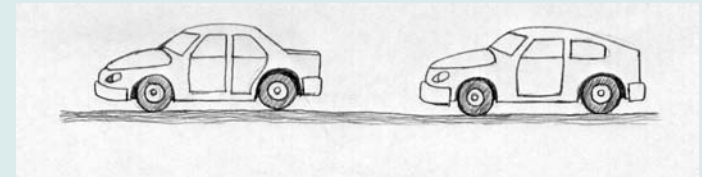
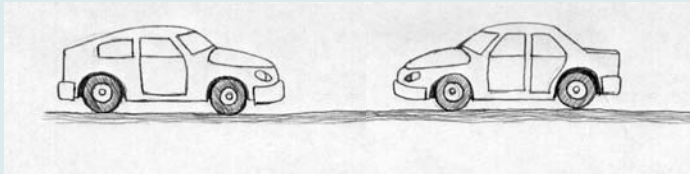
**En muchos casos, lectura superficial y focalización en la resolución.**

PROPICIAR ACTIVIDADES SISTEMÁTICAS EN EL AULA DE PROBLEMAS CON ESTILO NARRATIVO, OPERANDO SOBRE LA **COMPRENSIÓN** LECTORA Y ORIENTACIONES DIDÁCTICAS, PARA EVIDENCIAR LA NATURALEZA COMBINATORIA Y CRITERIOS PARA SISTEMATIZAR Y ORGANIZAR LA **BÚSQUEDA**.

**La presencia de dibujos figurativos acompañando el texto de un enunciado agiliza la comprensión, pero también reduce la capacidad para definir el problema presentado en un texto.**

---

*Un automóvil, moviéndose a 100 km/h, se encuentra cada vez más próximo de otro desplazándose a 70 km/h.  
¿Cuándo y dónde lo alcanzará?*



**¡y otras diferentes direcciones de movimiento no colineales!**

**¡Un problema y muchas soluciones!**

# Dificultades en conceptualizar las percepciones registradas en las experiencias cotidianas

---

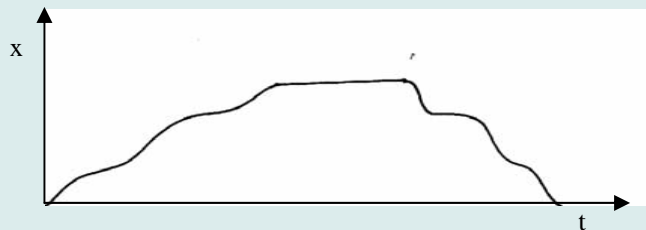
***Santiago se sienta sobre una colchoneta. Un amigo, tirando de un borde, lo pasea por el patio, mientras Santiago sigue cómodamente sentado en la colchoneta.***

***Dibuja todas las fuerzas que consideras están actuando sobre Santiago.***

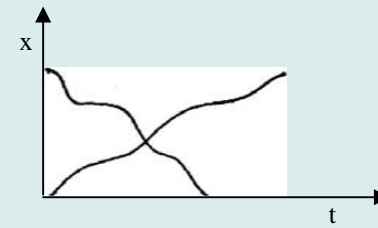
***Explica con tus palabras dónde crees que están las reacciones a cada una de las fuerzas que dibujaste.***

## Problema 2:

*Una mañana, exactamente al salir el sol, un monje empezó a escalar un monte. Un angosto sendero, como de medio metro de ancho, remontaba el monte en espiral hasta llegar a un templo que había en la cima. El monje subía a un paso más o menos vivo y se detenía muchas veces a lo largo del camino para descansar. Llegó al templo poco después de ponerse el sol. Después de pasar varios días en aquel templo, inició su regreso siguiendo la misma senda, partiendo al salir el sol y caminando también a diferente paso y haciendo muchas pausas a lo largo del camino. Su velocidad de bajada era, desde luego, mayor que su velocidad media de ascenso. Demuestre que hay un punto determinado a lo largo de ese sendero que va a ocupar el monje en ambas jornadas precisamente a la misma hora del día.*

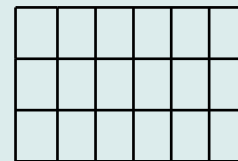


Situación

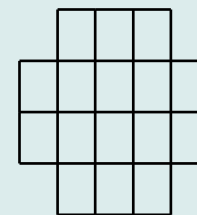


Situación modelizada

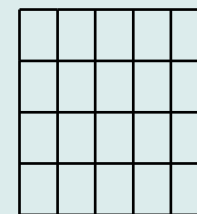
**Problema 1:** ¿Cuántos rectángulos hay en la siguiente cuadrícula?


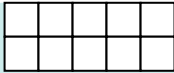




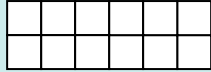
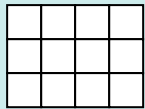



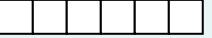
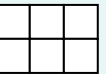
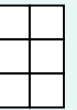
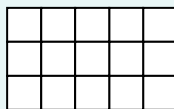
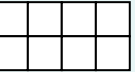



**Problema 2:** Si cada uno de los cuadrados pequeños de la figura dada tiene área 3, ¿cuántos rectángulos de área menor que 18 hay en la misma? Aclaración: debe entenderse que los rectángulos a contar deben tener sus vértices en las intersecciones de las líneas de la figura y sus lados sobre las mismas.



**Problema 3:** Se quieren construir rectángulos, que no sean cuadrados, de área mayor que 3 tomando como unidad el área de un cuadradito de la cuadrícula. ¿Cuántos hay en total?



	Etapa de localización	Etapa de recuento			Etapa de localización	Etapa de recuento
De 1		$6 \times 3 = 18$		De 10		$2 \times 2 = 4$
De 2	 	$5 \times 3 = 15$ $6 \times 2 = 12$		De 11	No hay	
De 3	 	$4 \times 3 = 12$ $6 \times 1 = 6$		De 12	 	$1 \times 2 = 2$ $3 \times 1 = 3$
De 4	 	$3 \times 3 = 9$ $5 \times 2 = 10$		De 13	No hay	
De 5		$2 \times 3 = 6$		De 14	No hay	
De 6	  	$1 \times 3 = 3$ $4 \times 2 = 8$ $5 \times 1 = 5$		De 15		$2 \times 1 = 2$
De 7	No hay			De 16	No hay	
De 8		$3 \times 2 = 6$		De 17	No hay	
De 9		$4 \times 1 = 4$		De 18	La cuadrícula completa	$1 \times 1 = 1$

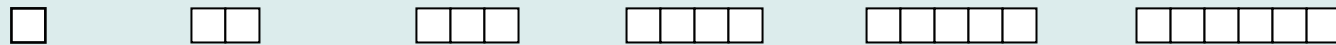
Total = 126





Sino también efectuar **procesos inferenciales**:

- ❖ ¿Cuántas de estas mismas configuraciones habría en una cuadrícula que tuviera una fila más?
- ¿Una columna más?
- ❖ ¿Qué nuevas configuraciones aparecerían en un caso y en el otro?
- ❖ ¿Seríamos capaces de encontrar una "fórmula" para una cuadrícula de n-filas y m-columnas.?



6x3

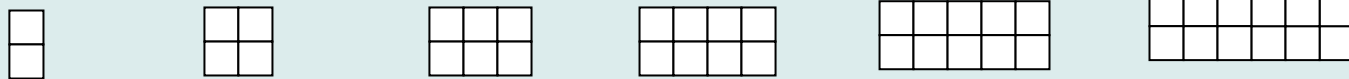
5 x 3

4 x 3

3 x 3

2 x 3

1 x 3



6x2

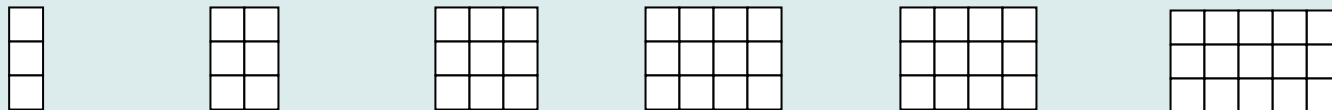
5 x 2

4 x 2

3 x 2

2 x 2

1 x 2



6x1

5 x 1

4 x 1

3 x 1

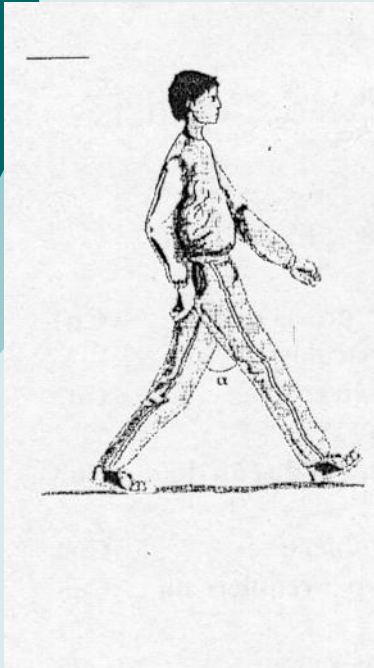
2 x 1

1 x 1



Esta organización espacial con un formato de tabla bidimensional permite *no sólo* estructurar la suma total:  
 $6 \cdot (3+2+1) + 5 \cdot (3+2+1) + 4 \cdot (3+2+1) + 3 \cdot (3+2+1) + 2 \cdot (3+2+1) + 1 \cdot (3+2+1) =$   
 $(6+5+4+3+2+1) \cdot (3+2+1) = 21 \times 6 = 126.$

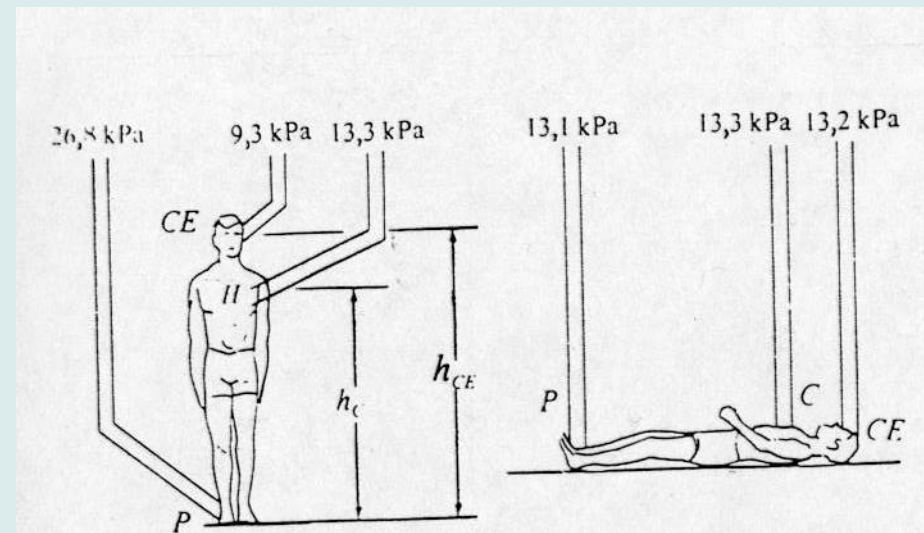
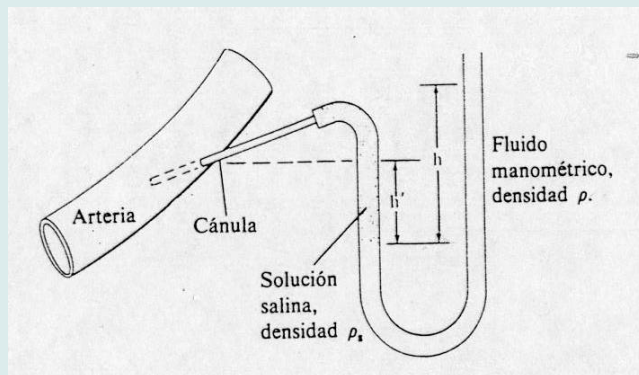
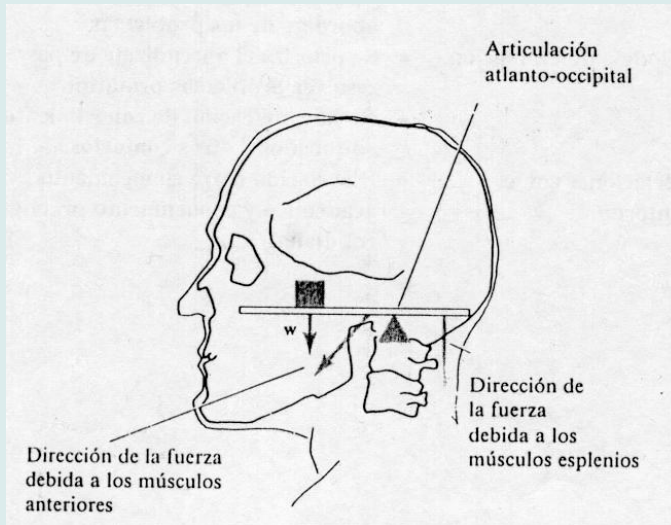
# Y más problemas...



Comparar la velocidad de paseo de dos personas de la misma complexión y de alturas respectivas  $L_1$  y  $L_2$

Parte del enunciado	Representación
...la velocidad de paseo	Velocidad media = desplazamiento/tiempo en dar un paseo
...de dos personas de la misma complexión y de alturas respectivas $L_1$ y $L_2$	Geoméricamente parecidas, con el mismo ángulo entre piernas $\alpha$ . Longitud de piernas proporcionales $L_1 / L_2 = l_1 / l_2$
Comparar la velocidad	El desplazamiento = $2l \sin(\alpha/2)$ . Analogía: la pierna se comporta como un péndulo $\Rightarrow T \sim 2\pi\sqrt{l/g}$

# En la vinculación con otras disciplinas



# Una misma situación en tres problemas

**Primer nivel:** ejercicios, con datos numéricos, restringidos a una única solución, pueden acompañarse de gráficos.



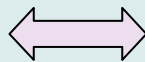
Una partícula con una carga de  $0.3 \times 10^{-15} \text{ C}$  y masa  $2 \times 10^{-15} \text{ kg}$  penetra en el interior de un capacitor cilíndrico con una diferencia de potencial de  $5.000 \text{ V}$  entre sus placas. Encontrar la ecuación de movimiento de la partícula

**Segundo nivel:** indirectos, no numéricos, contemplan un conjunto de posibles vías de resolución. Pueden presentar información oculta, sobreinformación, ausencia de datos numéricos.



Para eliminar las partículas sólidas de las chimeneas se utiliza un precipitador electrostático semejante a un capacitor cilíndrico. Un campo eléctrico interior ioniza las partículas y las hace dirigir hacia uno de los extremos, al cesar el campo las partículas caen de la pared por gravitación. Sabiendo que un valor típico de la carga de los iones resultantes es de  $0.3 \times 10^{-15} \text{ C}$  y que el campo eléctrico generado en el interior del precipitador presenta valores alrededor de los  $10.000 \text{ V/cm}$ , dimensione un precipitador de este tipo.

**Tercer nivel:** situaciones problemáticas abiertas, ambiguas



Diseñe un dispositivo para evitar que las partículas de humo presentes en una chimenea contaminen el ambiente