# PERSPECTIVAS DE EXPLORACIÓN DE PROBLEMAS CLÁSICOS CON NUEVAS HERRAMIENTAS

**Liliana Saidón[1]; Graciela Negro[1]; Julio Carlos Bertúa[2]**

*1 Centro de Investigación Babbage 2 UNLA. Ciencias Básicas*
*lms@centrobabbage.com; negrograciela@yahoo.com.ar; jbertua@hotmail.com*

Presentamos propuestas tomadas de la guía de ingreso a ingeniería en la UNLAM. El ámbito que ofrece un utilitario libre en cuyo desarrollo venimos trabajando, permite darle a los objetos un tratamiento según propósitos prácticos, sin la exigencia de formalización o formulación analítica, que suele inmovilizar a muchos de los estudiantes. La elaboración de una regla de acción (que entraña una conjetura) resulta a posteriori de sucesivos esfuerzos prácticos por alcanzar un resultado o lograr mayor efectividad en una operación. Al relacionar y condicionar lo que se pretende hacer con lo que se logra, al contrastar lo proyectado con los resultados, se apela al utilitario para resolver el problema con una metodología proyectual que permite plantear la reflexión sobre algo que, simultáneamente, se está creando (en la interacción entre el estudiante y el objeto) y controlando.

**Comunicación Oral**
**Palabras clave:** Utilitarios exploración conceptual. UNLAM

## CÓMO BUSCARSE BUENOS PROBLEMAS CON NUEVOS RECURSOS

Cualquier indagación relacionada con recursos disciplinares-didácticos plantea la necesidad de recrear problemas en esos entornos, de índole de tratamiento específico. Así como se ha desarrollado una geometría vinculada a útiles geométricos, desafíos de construcción y demostraciones teóricas (imposibilidades, precisiones, etc.), incursionar en útiles dinámicos, de representación y/o operación simbólica, requiere propuestas coherentes con la metáfora de trabajo y consistentes con sus potencialidad[1]. Según nuestra experiencia en desarrollo (soft, aplicaciones, utilitarios, documentos y materiales) y capacitación, es preciso abrir un ámbito matemático, para el diseño didáctico de *buenos problemas con nuevos recursos*.

Solíamos decir que nadie está obligado a adoptar nuevos recursos pero actualmente, en términos prácticos, nadie parece tener poder de decisión al respecto porque allí están,

[1] El cine argumental evolucionó del puro “teatro filmado” al desarrollo de un lenguaje propio de comunicación y estética específica.

con una ubicuidad que nos desborda y una tácita demanda que simultáneamente convoca y excluye. Sin embargo, no alcanza con contar con utilitarios, dominar su operatoria, plantear y resolver clásicos problemas, no basta con recorrer ese trayecto. Es necesario pero no suficiente. Se requiere estudiar, evaluando el proceso, para vincularlos efectivamente a situaciones de clase y a los contenidos, repensando concepciones y recreando prácticas.

Un rasgo de los problemas es que los útiles disponibles para su resolución, conforman desde su lectura y modelización al control de resultados (pasando por el razonamiento mediado, las estrategias abordadas, el planteo propuesto, el método adoptado y los mecanismos, técnicas y procedimientos desarrollados). Tanto con lápiz y papel como con computadora, identificar en las situaciones que no siempre evidencian tener algo en común, la chance de resolverlas con la misma técnica, los conceptos que aparecen en el camino de resolución, la pericia en modelizar y analizar planteos, pueden difuminarse en medio de las preocupaciones sobre dominios operativos, cuestiones de estilo o formulación, etc. Pero a la hora de la hora, uno sigue preguntándose si se logró comprensión y aprendizaje real del conocimiento que se proponía enseñar o un acatamiento formal.

## INTERROGANTES DE PARTIDA PARA EMPEZAR A DAR VUELTAS

Elegimos empezar por plantear, no necesariamente en orden, una serie de interrogantes que vinculan útiles, tipos de problemas, contenidos, conocimientos y técnicas que se replantean a partir de actualizaciones en las tecnologías de respaldo:

- Planteamos muchos problemas vinculados a la función lineal y a cuadráticas porque sus algoritmos son de resolución sencilla con lápiz y papel o los desarrollamos para contar con una herramienta económica para resolver una numerosa variedad de situaciones.
- Los planteamos porque queremos que los alumnos logren dominar ciertas técnicas e identifiquen los problemas que desencadenan ciertos tipos de tareas que admiten similares mecanismo de resolución... ¿O porque son sencillos de presentar, administrar y calificar en los típicos contextos educativos?
- Dejamos de enseñar logaritmos porque eran “pesados y difíciles” o porque se han popularizado y difundido a bajo costo las calculadoras que permiten resolver fácilmente lo que antes se simplificaba empleándolos.
- Si la planilla de cálculos fuera una herramienta cotidiana, accesible en cualquier lugar y situación (sino como el lápiz y papel, al menos como la calculadora),

¿inventaríamos y presentaríamos problemas de “fórmula con copia relativa”, incrementaríamos los de resolución por tanteo e iteración, como los de ajuste funcional, por ejemplo?

- De contar con utilitarios geométricos, de representación gráfica y/o operación simbólica, ¿cambiaría el abordaje de contenidos de geometría, cálculo, álgebra?
- ¿Adecuaríamos los problemas a entornos que facilitan la exploración? ¿O el análisis de procedimientos implícitos en construcciones? ¿Relacionados a la experimentación para poner a prueba hipótesis, en relevamientos de resultados como primer control de conjeturas? ¿Idearíamos formas de plantear desafíos hacia el establecimiento de relaciones y/o modelos algebraicos más que en la representación según datos?

## QUÉ CAMBIA, QUÉ PERMANECE

Al replantear actividades tradicionales apelando a estas no tan nuevas herramientas, pueden desencadenarse preguntas emergentes de la articulación de la situación y de la internalización de posibilidades de estos “útiles”. Pero esto no es “fatal”: es dable emplearlos para llegar por otro medio a reencontrar los mismos mecanismos hacia las respuestas de interrogantes idénticos. Nadie “decide”, voluntaria e individualmente, establecerse en una u otra posición y, en la práctica, los límites entre una y otra no son ni tan rígidos, ni tan perpetuos. Si al propiciarse cambios, emerge resistencia, no parece aplicada tanto a las novedades técnico-instrumentales como a la pretensión de introducir alteraciones a mecanismos que prefieren pensarse cerrados en sus propias razones y sin necesidad de legitimación de instituciones exteriores a las educativas. Por otro parte, ya reza el lugar común que “todo cambio es difícil[2]”: involucra la complejidad propia de las prácticas y es multidimensional. Se desarrolla en el tiempo, requiere estudiar el abordaje disciplinar (más que el exclusivamente didáctico) y el correlato o impacto en instituciones que dan razón de ser al ajuste de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Las de producción de los saberes en juego, de aplicación (desde economía, ingeniería, estadísticas...) y/o de las que son insumo.

## ANOTACIONES SOBRE NUEVOS RECURSOS Y HERRAMIENTAS

En fases en que se pretende ilustrar y pasar a rutiinizar técnicas, se apela a ejercicios. Por algún extraño motivo, la sana práctica y ejercitación tienen mala prensa (¿moda o lema pedagógico *incuestionable?*), se evita la descalificación llamando problemas a los ejercicios. Se falsea así, la identidad de ambos y se obvian los problemas que apuntan a

[2] ”Diícil de imaginar, de planificar, de implementar, manejar, administrar, observar, mensurar, determinar y controlar”

tareas que dan razón de ser tanto a técnicas como a útiles y a su selección como objeto de estudio. Como los utilitarios no se correlacionan con el repertorio habitual de técnicas a aprender directamente, difícilmente se presentan planteos que les den entidad como recursos.

## COMENTARIOS DE LAS PROPUESTAS

Presentamos las propuestas tomadas de la guía del ingreso a ingeniería en la UNLAM, para indagarlas con los participantes. Tomemos en cuenta que por evidente que aparezca a ojos del docente, es poco probable que el estudiante elabore conjetura alguna por observación de un boceto o representación. Porque no emana de visualizaciones o *datos*, sino vía propuestas que desencadenen actividad matemática. La conjetura surge de contrastar resultados de tentativas de resolución en acción efectiva o internalizada. Es más factible que se despierten sospechas metódicas a partir de un patrón de resultados de acciones con una finalidad, es decir, que se proponen para alcanzar un objetivo, resolver un problema.

Las acciones en situaciones determinadas dan claves. Acciones que funcionan como vías adecuadas más o menos implícitas (respondiendo a sucesivos *¿cómo...?*) antes de distinguirse, identificarse, nominarse y re-emplearse concientemente en una formulación[3].

El ámbito que ofrece el utilitario permite darle a los objetos un tratamiento organizado para propósitos prácticos, sin la exigencia de formalización o formulación analítica previa, que suele inmovilizar a muchos de los estudiantes. La elaboración de una regla de acción (que entraña una conjetura) resulta a posteriori de sucesivos esfuerzos prácticos por alcanzar un resultado o lograr mayor efectividad en una operación.

Al relacionar y condicionar lo que se pretende hacer con lo que se logra, al contrastar lo proyectado con los resultados, se apela al utilitario para resolver el problema con una metodología proyectual que permite plantear la reflexión sobre algo que, simultáneamente, se está creando (en la interacción entre el estudiante y el objeto) y controlando.

## ¿CÓMO HARÍAN PARA LOGRAR QUE... ?

Si nos centramos en alguno de los desafíos, notaremos que para lograr un desempeño exitoso, se presta atención exhaustiva a los detalles de producción y se puede precisar elaborar un mensaje explicativo, portador de la conjetura en cuestión.

---

[3] Propiciar la adquisición de repertorios de acción eficaces para resolver problemas antes de quedar atrapados por teorías precipitadas, no es sino una transposición del consejo de Ramón y Cajal: Años en el cómo antes del por qué.

Como es frecuente que los alumnos diestros para encontrar la vuelta operante, funcional al problema, mantengan tácito el procedimiento al no lograr articularlo rápida y completamente, conviene diseñar la necesidad de un logro y la de comunicar el modo de alcanzarlo en interpelaciones de, por ejemplo: este estilo: ***¿cómo harían para lograr que... ?***.

Mediando actividad matemática personal y grupal, se pasa de:

- Simples exploraciones de elementos para ver qué sucede (búsqueda de significaciones relativas a propiedades generales y otras, más ocasionales, vinculadas a posibilidades respecto de los objetivos). Con simultánea comprensión de lo que habría que hacer e incomprensión de relaciones que permitirían hacerlo.
- Nivel en que están claros los fines pero el empleo de medios vinculado a ensayos con logros parciales o fracasos no siempre comprendido,
- Postura instrumental que presenta anticipaciones y programas de acciones

La conjetura aparece como ***técnica codificada*** antes que como producto de visualización. Con utilitarios, se puede llegar a conjeturas vía el orden que impone el "habilidoso" a sus acciones al correlacionarlas con resultados prácticos... más allá de las habituales apelaciones al examen analítico en que lo "formal" es prerrequisito.

## CONCLUSIONES

Al diseñar algunas de las propuestas de trabajo, se intenta plantear buenas preguntas que desencadenen acción, preparar la situación para que en el camino de resolución o de búsqueda de una buena estrategia aparezca un contenido a enseñar, distribuir el tiempo para que el dominio operativo no se extienda a expensas del conocimiento matemático en cuestión y ofrecer "puertas de entrada" alternativas a los estudiantes que pueden indagar cómo "funciona" el boceto de representación dinámica que se explora en un ámbito que podríamos considerar "empírico-conceptual".

## BIBLIOGRAFÍA

Brousseau, G. "Cobayes et microbes".(2002), la traducción se toma del material de respaldo teórico a un Proyecto de Investigación (2003-2007) de Centro Babbage.

Brousseau, G. "Introducción al estudio de enseñanza del razonamiento y prueba: paradojas" en "Proof. / Preuve International Newsletter on Mathematical Teaching and Learning" (2004)

Marbach. P; Saidon L.; Santaló L., "Haciendo Geometría I" (1998) Editorial, Centro Babbage

## REFERENCIAS

"Manual Oficial del GeoGebra" - Autora:   Liliana Saidon (2001-2007)

"Enseñanza con Utilitarios" – Ficha de Cátedra de Centro Babbage del curso Resolución de Problemas con Utilitarios. - Autora:   Liliana Saidon

"Guía de Matemática del Curso de Admisión del Ciclo Lectivo 2008" del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas de la Universidad Nacional del La Matanza.

## ANEXO

De las propuestas de la Guía a los bocetos susceptibles de exploración con *GeoGebra*

**Productos  Notables:**  Demuestra que son ciertas cada una de las igualdades indicadas

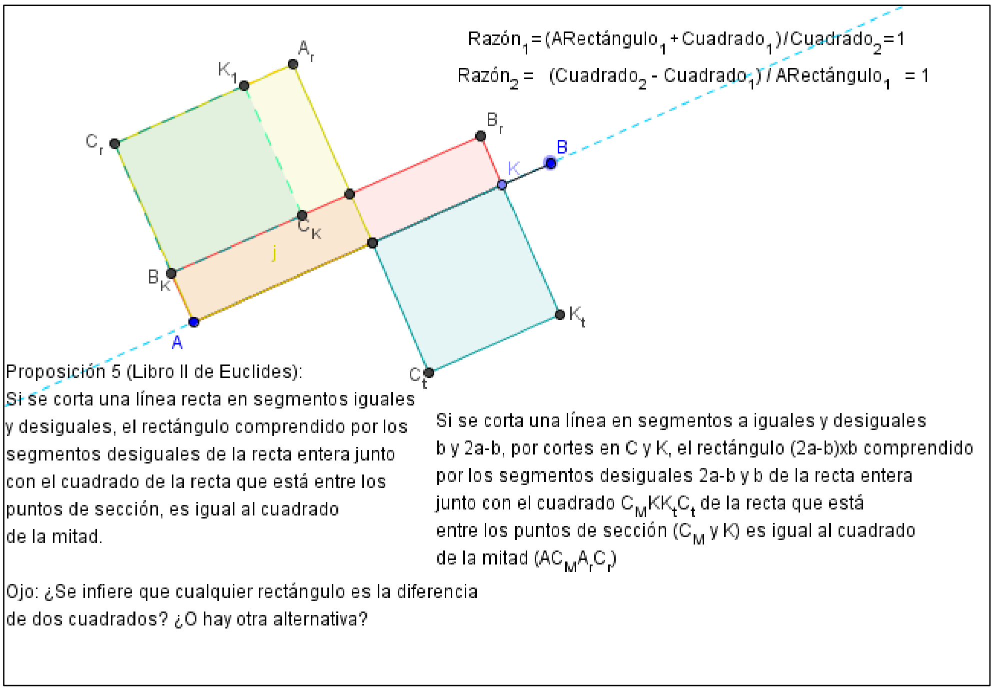
$a)\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ - Diferencia de cuadrados

$b)\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ - Cuadrado perfecto de una suma

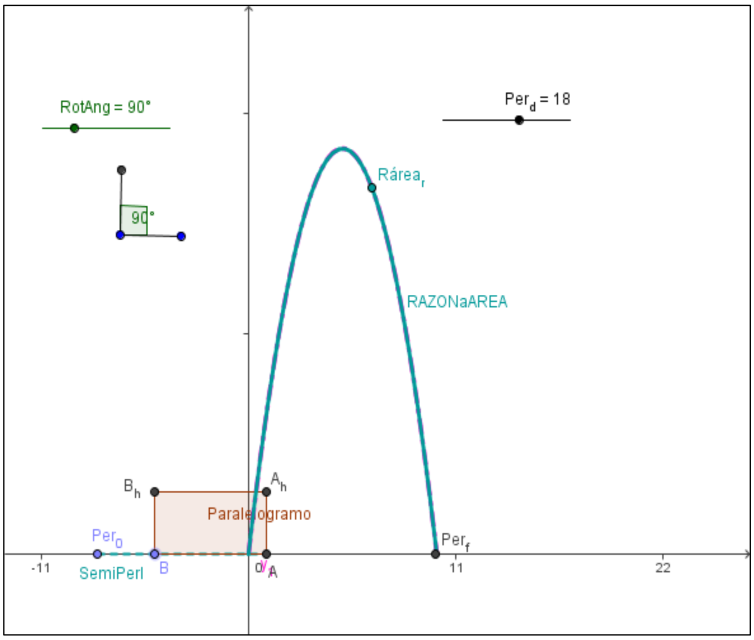
$c)\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - Cuadrado perfecto de una diferencia.

$d)\ (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ - Cubo perfecto de una suma

$e)\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ - Cubo perfecto de una diferencia



**Ejercicio 1:** Un rectángulo tiene un perímetro de 20 metros. Expresa el área del rectángulo en función de uno de sus lados




**Ejemplo:**dada la función $y = \frac{1}{30}x\left(39 - 10x^2 + x^4\right)$ determina las ordenadas correspondientes a las abscisas dadas:(-3 ; ...) (-1 ; ...) (0 ; ...) (1 ; ...) y (3 ; ...), a continuación grafica esos cinco puntos: ¿qué podrías concluir en un primer instante acerca de la posible gráfica? ¿si graficas para otros cinco puntos que tú eliges, podrías seguir pensando que tu conclusión inicial fue acertada? Explica.