

HERRAMIENTAS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. SOFTWARE LIBRE

CARABALLO, H.;¹ ZULEMA GONZÁLEZ, C. Z.²

¹ Bachillerato de Bellas Artes. Colegio Nacional. Facultad Ciencias Agrarias y Forestales. Universidad Nacional de La Plata. Calle 63 N° 1285. La Plata.
horacio@netverk.com.ar

² Facultad Ciencias Agrarias y Forestales. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata. Calle 63 N° 1285. La Plata. cgonzalez@agro.unlp.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se presentan cuatro programas que pueden servir como herramientas auxiliares en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Mediante su utilización, los docentes, pueden innovar en la forma y el diseño de actividades y situaciones didácticas, editar materiales didácticos de distintos tipos, abordar, plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en los entornos dinámicos que brindan estos programas. En general, GeoGebra, Geonext y Regla y Compás son piezas de software libre y de plataformas múltiples que se utilizan en educación para interactuar dinámicamente con la Matemática, en un ámbito en que se reúnen las Geometría, el Algebra y el Cálculo. Los tres son de uso libre y tienen licencia GNU GPL (General Public License). WIRIS es conjunto de productos (comerciales) dedicados al uso y la enseñanza de la Matemática, no sería nuestra intención relevar software que no sea libre sin embargo se tiene acceso gratuito a las herramientas a través de algunos portales educativos gubernamentales en diversos idiomas (el uso está limitado a la condición de estar conectado a Internet). Con WIRIS se dispone de lo que podríamos llamar “súper calculadora” ya que, mediante un conjunto de solapas, ofrece posibilidad de efectuar diversos tipos de cálculos, representar funciones, representar lugares geométricos, programar una secuencia de comandos, etc.

Palabras clave: matemática dinámica, geogebra, regla y compás, geonext, wiris.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presentan cuatro programas que pueden servir como herramientas auxiliares en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Mediante su utilización, los docentes, pueden innovar en la forma y el diseño de actividades y situaciones didácticas, editar materiales didácticos de distintos tipos, abordar, plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en los entornos dinámicos que brindan estos programas.

En general, GeoGebra, Geonext y Regla y Compás son piezas de software libre y de plataformas múltiples que se utilizan en educación para interactuar dinámicamente con la Matemática, en un ámbito en que se reúnen las Geometría, el Álgebra y el Cálculo. Los tres son de uso libre y tienen licencia GNU GPL (General Public License).

WIRIS es conjunto de productos (comerciales) dedicados al uso y la enseñanza de la Matemática, no sería nuestra intención relevar software que no sea libre sin embargo se tiene acceso gratuito a las herramientas a través de algunos portales educativos gubernamentales en diversos idiomas (el uso está limitado a la condición de estar conectado a Internet). Con WIRIS se dispone de lo que podríamos llamar “súper calculadora” ya que, mediante un conjunto de solapas, ofrece posibilidad de efectuar diversos tipos de cálculos, representar funciones, representar lugares geométricos, programar una secuencia de comandos, etc.

A continuación describimos el marco teórico en el que puede pensarse la utilización de este tipo de programas para luego pasar a la descripción muy breve, por motivos de espacio, de cada uno. En cada caso se dan los enlaces para acceder a cada uno de estos programas. En general los sitios están bien documentados, los programas son fáciles de bajar y de instalar y pueden ser utilizados de diversos modos.

MARCO TEÓRICO

La incorporación de tecnología informática a la enseñanza de la Matemática cubre la necesidad de poner a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de conceptos y contenidos. Ayuda a resolver problemas y lo que es más importante contribuye a desarrollar nuevas capacidades cognitivas.

Según Santos Trigo (2001) las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Cuando disponen de herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas.

De acuerdo con Azinian (1998) algunas de las posibilidades que brinda la utilización de este tipo de aplicaciones están relacionadas con la:

- Interactividad e inmediatez: la posibilidad de producir modificaciones, dar respuestas y requerir acciones, con inmediatez y fluidez, permite, entre otras cosas, la exploración dinámica de representaciones y el control de una secuencia de acciones. Con una misma construcción es posible visualizar varias situaciones, como por ejemplo construir las alturas en un triángulo acutángulo y luego transformar el triángulo de modo que sea obtusángulo o rectángulo para ver qué ocurre con las alturas en éstos.
- Capacidad de almacenamiento y de recuperación de la información: esto posibilita el almacenamiento, para su posterior revisión, de la traza del trabajo de los alumnos, de la ruta que han seguido. Esta capacidad, combinada con la citada en primer término, facilita la

visualización del proceso dinámico de obtención de un producto después de una serie de transformaciones, y no sólo la imagen final con todos los elementos acumulados. Así el estudiante puede revisar su estrategia de construcción y hacer consciente su proceso de pensamiento, desarrollando estrategias metacognitivas. Este tipo de trabajo ayuda a comprender qué son y para qué sirven los conceptos y relaciones (aprendizaje significativo).

- Múltiples formas de representación en un mismo medio: textual, gráfica, tabular, auditiva, icónica, espacial. Dado que los conceptos se materializan mediante una representación y el aprendizaje de un concepto está asociado al desarrollo de la capacidad de traducir de uno a otro tipo de representación, la exploración dinámica, el paso de uno a otro tipo, puede permitir que el alumno descubra información que estaba implícita o puede obligarle a crear información para mejorar la precisión. Esta capacidad de múltiples formas de representación, unida a la de almacenamiento y facilidad de recuperación de la información, permite la creación de un entramado de relaciones dinámicas de gran riqueza conceptual. En particular, podemos extender a la exploración de representaciones gráficas, la afirmación de Tall de que la exploración visual permite al alumno “lograr una comprensión intuitiva de los conceptos, proveyendo un fundamento cognitivo sobre el cual pueden construirse teorías matemáticas significativas”.

- Polivalencia, versatilidad: el mismo medio puede usarse de diversas maneras, ampliando enfoques. El estudiante puede construir figuras a partir de conocimientos previos, o sin usar conocimientos previos y elaborar conjeturas a partir de lo que visualiza en la construcción y apoyarse en ella para demostrar su conjetura.

Según Gomez Gabaldón (2004) los impactos metodológicos en la enseñanza y aprendizaje de mediante la utilización de sistemas con gráficos dinámicos nos llevan a nuevos métodos especialmente en:

- Resolución de problemas geométricos.
- Adquisición inductiva de teoremas geométricos y formación de conceptos.
- Aplicación e investigación de transformaciones.
- Investigación de relaciones funcionales de figuras geométricas.
- Simulación de movimiento.

Las características citadas, además de permitir el desarrollo de ambientes de aprendizaje enriquecidos, pueden ayudar al docente, abriéndole ventanas al proceso de aprendizaje de los alumnos.

En este marco, luego de investigar una gran cantidad de alternativas, nos permitimos recomendar cuatro piezas de software que pueden ser útiles para la tarea docente. Tres de ellas GeoGebra, Geonext y Regla y Compás tienen prestaciones equivalentes y las englobaremos como programas de matemática dinámica. Por otro lado Wiris podría decirse que es una “súper calculadora” con posibilidades gráficas referentes al análisis de funciones y a la geometría.

Programas de Matemática Dinámica

Hagamos una clasificación, rudimentaria e incompleta, en dos categorías:

- Sistemas de Álgebra Computacional (CAS), que permiten cálculos simbólicos y numéricos, y también representaciones simbólicas. Por ejemplo: Maple, Mathematica, MatLab, etc. entre los comerciales y Máxima, Sage, Euler, Octave, etc. entre los GNU-GPL.
- Sistemas de Geometría Dinámica (DGS). Estos entornos permiten la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos. Aquí estarían Cabri, Cinderella, Regla y Compás y otros.

En los últimos tiempos algunos programas DGS han evolucionados a una categoría a la que podemos llamar Matemática Dinámica (MD) incorporando características de los programas CAS. Combinan las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo. Aclaremos que no tiene la potencia de los programas CAS ya que están diseñados para la educación mientras que los otros programas están diseñados para uso profesional. Un programa MD por un lado es un sistema de geometría dinámica, permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otro lado, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente, tiene la potencia de manejar sus objetos con variables vinculadas a números, vectores y puntos, permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, raíces, extremos, etc.

Algunas características generales de estos programas:

- Son gratuitos y de código abierto (GNU GPL).
- Está disponible en español, incluida la ayuda.
- Presenta foros en varios idiomas.
- Ofrecen Wikis donde compartir las realizaciones propias con los demás.
- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.
- Las realizaciones son fácilmente exportables a páginas Web mediante applets, por lo que podemos crear páginas dinámicas en pocos segundos.

GeoGebra

GeoGebra, gestado a partir de 2001 por Hohenwarter, en su página Web da la bienvenida diciendo ser un software libre y de plataformas múltiples que se abre a la educación para interactuar dinámicamente con la Matemática, en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Algebra y el Cálculo.

Sitio Web de GeoGebra: <http://www.geogebra.org/cms/>

En este sitio se puede descargar el programa, se puede instalar directamente, hay documentación en distintos idiomas, foros, wiki, enlaces a distintas iniciativas con recursos y materiales didácticos de distintos tipos etc.

Geonext

En su sitio Web Geonext se presenta a si mismo del siguiente modo:

El software dinámico de Matemática establece nuevas formas de enseñar y aprender Matemática. Ofrece oportunidades de visualización, que no podrían realizarse sobre el papel o pizarrón y con las herramientas de construcción tradicionales.

Posibilita el aprendizaje autónomo y cooperativo de la Matemática en el aula. Favorece el descubrimiento activo, acerca al pensamiento matemático. Puede ser usado gratuitamente en la escuela y en el hogar. Por lo tanto puede ser proporcionado a los alumnos sin problemas de derecho de autor. Puede ser usado desde la escuela elemental, en la enseñanza media, hasta en los primeros cursos de educación superior y en la universidad de múltiples formas.

Actúa como una herramienta para crear construcciones geométricas, comparado con las construcciones en papel, los objetos geométricos pueden ser cambiados y variados dinámicamente.

Sitio Web de Geonext: <http://geonext.uni-bayreuth.de/>

En este sitio se puede descargar el programa, se puede ejecutar el programa en línea, hay alguna documentación, etc.

Regla y Compás C.a.R.

C.a.R. (Compass and Ruler o también Construct and Rule) fue en principio un programa de geometría dinámica desarrollado por Grothmann a partir del año 1989. La construcción se basa en algoritmos potentes y fiables para manejar los objetos y las relaciones geométricas entre ellos, lo que permite elaborar construcciones geométricas muy complejas. Las prestaciones de este programa son muy numerosas, no hay más que desplegar los menús de C.a.R. para darse cuenta de ello. La posibilidad, en las últimas versiones, de manejar funciones y otros objetos hacen que C.a.R. pueda ser considerado, más allá de la geometría dinámica, como un programa de matemática dinámica, es por esto la doble interpretación de las iniciales (Regla y Compás o también Reglas y Construcciones)

Sitio Web de C.a.R.:

http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zirkel/doc_en/index.html

En este sitio se puede descargar el programa, hay gran cantidad de documentación, videos, demos, foros, wiki, enlaces a distintas iniciativas con recursos y materiales didácticos de distintos tipos etc.

CaRMetal

CaRMetal es una reestructuración de Regla y Compás. El programa CaRMetal deriva de C.a.R. recogiendo todas –o casi todas - sus prestaciones proponiendo una aproximación diferente desde el punto de vista de la interface gráfica. No se trata de un simple maquillaje de la aplicación – lo que en sí tendría poco interés – sino de un cambio importante en la forma de acceder a las prestaciones. Esta nueva interface proporciona un acceso directo y efectos inmediatos a un buen número de acciones que necesitaban en C.a.R. pasos intermedios. Las construcciones se hacen en CaRMetal con la ayuda de una paleta principal y de dos “inspectores”: uno se ocupa de la gestión de las macros y el otro se encarga de las propiedades de los objetos.

Sitio Web de CaRMetal: http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html

En este sitio se puede descargar el programa, se puede instalar directamente, hay documentación, etc.

WIRIS

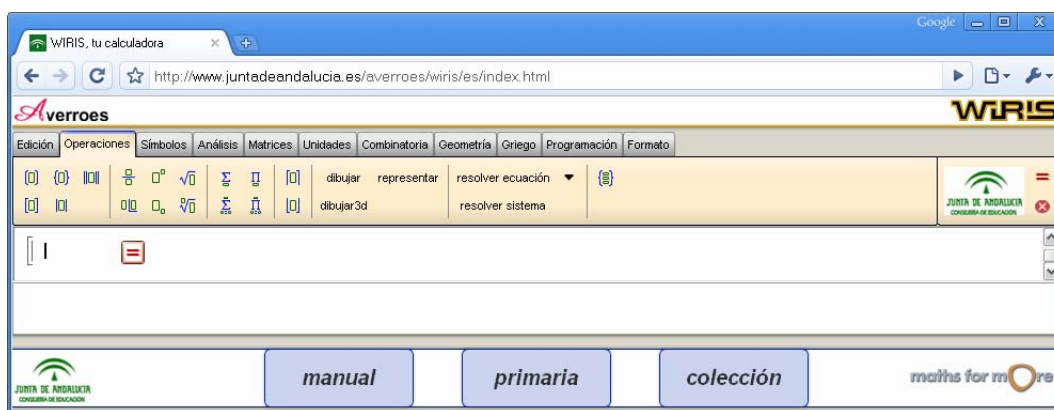
Tomando como fuente la página de inicio de WIRIS podemos decir que es una familia de productos informáticos dedicada a los cálculos matemáticos y al diseño de fórmulas, usadas sobre todo en el ámbito de la enseñanza como herramientas de aprendizaje. Estudiantes y profesores tienen acceso gratuito a las herramientas de WIRIS a través de portales educativos gubernamentales. La herramienta principal de la suite es WIRIS CAS que permite a grandes comunidades realizar cálculos online, así como generar contenidos matemáticos.

Podemos utilizar esta herramienta en:

El portal Educa-Madrid <http://herramientas.educa.madrid.org/wiris/>

El portal de la Junta de Castilla y León <http://www.educa.jcyl.es/wiris/es/index.html>

La red Telemática Educativa de Andalucía Conserjería de Educación Averroes <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/wiris/es/index.html> en este sitio la interfase tiene el aspecto que sigue:



El conjunto de solapas permite editar, realizar operaciones, insertar símbolos, utilizar herramientas de análisis, trabajar con matrices, definir unidades, realizar cálculos combinatorios, construcciones geométricas, insertar letras griegas, programar y dar formato al trabajo. Todo lo hecho puede salvarse en formato html.

En la figura anterior los tres botones de la parte inferior permiten acceder a:

- Un manual que brinda una introducción rápida al uso del programa y da una buena ayuda en el caso de necesitarla.
- Una versión reducida para utilizar la aplicación en el nivel primario.
- Una colección de ejemplos.

COMENTARIOS

En los párrafos anteriores hemos hecho una descripción breve de los programas y los enlaces que permiten obtenerlos de manera gratuita. No se ha explicado, por motivos de espacio, como se utiliza cada uno de ellos, si embargo mencionemos que las interfaces son intuitivas y existen en los propios sitios manuales, ejemplos, tutoriales, etc. Reiteramos que estos programas pueden utilizarse de distintas maneras, como herramienta auxiliar para el docente generando materiales didácticos de distintos tipos, como entorno de resolución de problemas para los alumnos, como herramientas que permiten la modelización, etc.

Por todo esto alentamos a los interesados a que, optando por alguno de ellos investiguen las distintas alternativas y posibilidades de aplicación concreta. Hay muchos trabajos realizados que están disponibles para quien desee utilizarlos, este es un buen camino de inicio que permite disponer del material y generar ideas propias a partir del mismo. A continuación se sugieren algunos de los muchos sitios que hay en Internet.

BIBLIOGRAFÍA

Azinian H. 1998. *Capacitación docente para la aplicación de la información en el aula de geometría*. Acta do IV Congresso Ibero-americano de Informática na Educação, Brasília.

Gomez Gabaldón J. 2004. *Nuevos planteamientos metodológicos en la Enseñanza de la geometría. Geometría dinámica con Cabri*. XVI Congreso Internacional De Ingeniería Gráfica. Zaragoza España.

Grothmann R. 2009. *Documentación*. En http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zirkel/doc_en/index.html

Hohenwarter M. Preiner J. 2007. *GeoGebra Manual Oficial de la Versión 3.0*. En www.geogebra.org

Santos Trigo L. 2001. *Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas*. Avance y Perspectiva vol. 20. Pág. 247 258

Referencias Web

Sitios Web en castellano (acceso junio de 2009) donde pueden encontrarse gran cantidad de ejemplos, applets java, artículos, tutoriales, manuales, otros enlaces, etc.

<http://www.geometriadinamica.cl/>
<http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/>
<http://roble.pntic.mec.es/jarran2/geogebra/index.html>
http://www.iespravias.com/rafa/rafa_geogebra.htm
<http://jmora7.com/>
<http://www.dmae.upct.es/~pepemar/>
<http://linexedu.educarex.es/index.php/Geogebra>
<http://www.xtec.es/~jbujosa/GeoGebra/PracGeoGebra.htm>
<http://www.infoymate.es/apuntessl/materiales.htm>
<http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/index.htm>
<http://www.wiris.com/index.php>
<http://www.geogebra.org/cms/>
http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html
<http://geonext.uni-bayreuth.de>
http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zirkel/doc_en/index.html
<http://geometriadinamica.es/>