

## **PIEXA: UN PROGRAMA QUE ABORDA LA PROBLEMÁTICA DEL INGRESO A LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS**

*PAPINI, CECILIA*<sup>(1,2)</sup>; *SANABRIA, DANIELA*<sup>(1,3)</sup>; *BRUNI, CAROLINA*<sup>(1,4)</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires

<sup>2</sup>[mcpapini@gmail.com](mailto:mcpapini@gmail.com); <sup>3</sup> [mdanielasanabria@gmail.com](mailto:mdanielasanabria@gmail.com); <sup>4</sup> [carolinabruni22@gmail.com](mailto:carolinabruni22@gmail.com)

### **RESUMEN**

Asumimos el “ingreso a la universidad” como un proceso amplio, complejo, que puede ser mirado desde diversas dimensiones. Es un espacio de articulación entre instituciones, en el que los estudiantes deben abandonar, complejizar y enriquecer, progresivamente, ciertas prácticas y conocimientos, para incorporarse a una nueva cultura institucional. Por lo tanto, no tiene sentido ubicar este proceso de cambio solamente en las primeras clases que el alumno recibe en la universidad, que en muchos casos son las de los cursos de ingreso. Por el contrario, creemos que se prolonga en el tiempo durante el transcurso de las primeras materias universitarias, pero también podemos ubicar este proceso de transición desde un tiempo anterior, durante los últimos años de la escuela media. El Programa de Ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas (PIEXA) de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Tandil) se propone abordar la problemática del ingreso a la Universidad de una manera integral, considerando la complejidad del proceso y la inclusión de los alumnos como uno de los principios rectores. Motiva la presentación de esta comunicación la intención de reflexionar sobre el PIEXA. En este caso describiremos y analizaremos fundamentalmente las características del espacio de matemática que es central, desde nuestra perspectiva, para el ingreso a esta facultad.

**Palabras clave:** ingreso a la universidad, modalidades alternativas, enseñanza de la matemática.

## INTRODUCCIÓN

Asumimos el “ingreso a la universidad” como un proceso amplio, complejo, que puede ser mirado desde diversas dimensiones. Es un espacio de articulación entre instituciones, en el que los estudiantes deben abandonar, complejizar y enriquecer, progresivamente, ciertas prácticas y conocimientos, para incorporarse a una nueva cultura institucional.

Por lo tanto, no tiene sentido ubicar este proceso de cambio solamente en las primeras clases que el alumno recibe en la universidad, que en muchos casos son las de los cursos de ingreso. Por el contrario, creemos que se prolonga en el tiempo durante el transcurso de las primeras materias universitarias, pero también podemos ubicar este proceso de transición desde un tiempo anterior, durante los últimos años de la escuela media.

El Programa de Ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas (PIEXA) de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Tandil) se propone abordar la problemática del ingreso a la Universidad de una manera integral, considerando la complejidad del proceso y la inclusión de los alumnos como uno de los principios rectores.

Este programa comienza su implementación en febrero de 2014 y nace en un espacio de articulación, porque fue concebido por un grupo de docentes que representó a los distintos departamentos de esta Facultad de Ciencias Exactas, coordinados por la Secretaría Académica y con el aporte de la Secretaría de Extensión de esta Facultad.

Cuenta con un equipo de trabajo de doce integrantes con tareas docentes (profesores de matemática, ingenieros de sistemas y alumnos de distintas carreras de esta facultad) con responsabilidades de coordinación, dictado de clases y ayudantías en el aula y a distancia con soporte informático.

El programa se propone, principalmente, ofrecer a los futuros ingresantes un espacio para repasar los contenidos matemáticos de la escuela secundaria pero también agrega dos espacios más que pretenden colaborar con la inserción de los alumnos en la vida de la universidad e invitarlos a pensar en temáticas de introducción a la programación.

La consolidación de un equipo de trabajo colaborativo, lo suficientemente flexible para integrar a alumnos y docentes de la facultad que tengan interés en aprender y producir conocimientos sobre este espacio de trabajo nos parece clave. En consonancia con la fundamentación del programa que expresamos siguiente: “Una mirada integral como la que se ha esbozado, requiere de equipos de profesionales con continuidad en el tiempo, que puedan constituirse como referentes de la problemática y que trasciendan la circunstancia temporal de los órganos de gobierno de la Facultad”.

Es esta última intención, la de reflexionar sobre este espacio de trabajo, la que nos motiva a presentar esta comunicación. En este caso describiremos y analizaremos fundamentalmente las características del espacio de matemática que es central, desde nuestra perspectiva, para el ingreso a esta facultad.

### I. LAS MODALIDADES DEL PIEXA

Con el propósito de acompañar el ingreso de los estudiantes en distintos momentos del año y ampliar la variedad de estrategias para ello, ofrecemos diferentes modalidades para el dictado de los cursos: virtual, presencial y semipresencial, que se ofrecen en tres etapas del año.

La oferta es gratuita, sin cupo y propone a los estudiantes instancias de repaso, profundización y aprendizaje de contenidos matemáticos de la escuela secundaria. Complementamos el espacio de Matemática con otros dos espacios: Introducción a la vida Universitaria y Resolución de Problemas con Computadora.

Los cursos que ofrecemos son los siguientes:

### **1. Curso virtual (septiembre-octubre-noviembre)**

Este curso está especialmente destinado a alumnos del último año de la escuela secundaria que estén interesados en acercarse a la facultad y comenzar anticipadamente a introducirse en estos espacios de aprendizaje que mencionamos (repaso de conocimientos matemáticos, introducción a los conocimientos de programación y a la vida universitaria). Se realiza, mayoritariamente, a través de la plataforma virtual moodle del PIEXA. (<http://moodle.exa.unicen.edu.ar/course/view.php?id=17>)

### **2. Curso presencial (febrero-marzo)**

Es un curso con asistencia obligatoria y una carga de 4 horas diarias durante 5 semanas aproximadamente, divididas en los tres espacios mencionados: 14 horas semanales para clases de Matemática, 4 horas semanales para “Introducción a la vida universitaria” y 2 horas semanales para “Resolución de problemas con computadora”.

### **3. Curso semipresencial (abril-mayo-junio)**

En este período entre abril y junio realizamos encuentros de consulta presenciales y un acompañamiento virtual, a través de plataforma moodle del PIEXA, para aquellos alumnos que aún no han logrado ingresar y necesitan de un plazo mayor de tiempo para estudiar y acreditar los conocimientos matemáticos mínimos requeridos para el ingreso a la facultad. Este curso les ofrece la oportunidad de ingresar en julio y cursar las materias de primer año que son replicadas en el segundo cuatrimestre.

Además de estas tres modalidades, ofrecemos dos opciones para rendir un examen final libre de matemática, en los meses de diciembre y marzo, que posibilitan también el ingreso a la facultad.

## **II. EL ESPACIO DE MATEMÁTICA EN EL PIEXA**

Como dijimos en la introducción, en esta comunicación describimos especialmente el espacio de Matemática que es troncal para el programa.

Los objetivos de este espacio, incluidos en las definiciones del programa, son los siguientes:

- Nivelar los conocimientos matemáticos de los futuros ingresantes, teniendo en cuenta los contenidos mínimos necesarios para la comprensión de las materias de primer año de las distintas carreras que se dictan en la Facultad.
- Aportar a la adquisición de una metodología de estudio y trabajo que favorezca a la inserción del alumno en el ámbito universitario.
- Desarrollar competencias para seleccionar, organizar, relacionar, jerarquizar, sistematizar y transferir información, a fin de incorporar herramientas de procesamiento de la información que optimicen las tareas de estudio.

Las acciones que desarrollamos en este primer año de vida del PIEXA, se centraron en los siguientes ejes principales que describiremos brevemente en los apartados que siguen:

- Selección, integración y profundización de contenidos matemáticos de la escuela secundaria

- Construcción progresiva de una dinámica de trabajo en clase que se centre en la interacción entre alumnos y entre docentes y alumnos a propósito de los conocimientos matemáticos
- Reflexión permanente sobre los instrumentos de evaluación: tipos de ítems, contenidos que involucran, dificultades que presentan, relación con el trabajo de clase y con los requerimientos de las materias de primer año

### **a) Los contenidos matemáticos y los materiales de trabajo**

Tomando como punto de partida el programa de contenidos para el ingreso a esta facultad de años anteriores realizamos una selección y reorganización teniendo en cuenta el tiempo de trabajo del que disponemos en el curso presencial, el Diseño Curricular de la Provincia de Buenos Aires y la articulación con los contenidos de los programas de las materias de primer año Análisis I y Álgebra I. También es un insumo a la hora de revisar los contenidos de esta materia la experiencia docente en los últimos años de la escuela secundaria de algunos de los integrantes del PIEXA (incluimos el programa de contenidos actual en el Anexo 1).

La selección y organización de los contenidos sigue siendo para nosotros un tema de análisis y revisión permanente, implica una tensión entre el tiempo escaso, la dificultad propia de la tarea de aprendizaje de conocimientos matemáticos, la heterogeneidad en los resultados de la escuela secundaria y las necesidades de primer año de la facultad, respecto de estos conocimientos. Por un lado, durante sólo cinco semanas revisamos, profundizamos y buscamos nuevas relaciones de contenidos que fueron trabajados en forma segmentada durante seis años de la escuela secundaria. Y por otro, también somos conscientes de la dimensión y la dificultad de los programas de contenidos de las materias de primer año. Nuestro propósito es seguir trabajando sobre esta problemática abordándola desde distintos ejes: la organización y posible ampliación del tiempo, la coordinación con materias de primer año, el acercamiento con los alumnos de sexto año y sus profesores de matemática.

Utilizamos variados materiales de trabajo para los cursos: una colección de módulos teórico-práctico de años anteriores, producidos por profesores de nuestra facultad, y materiales complementarios más centrados en la práctica producidos por nosotros. Todos los materiales se incluyen en la plataforma PIEXA y su acceso es libre.

La elaboración de los materiales que hacemos responden a distintas necesidades: aumentar la cantidad de ejercicios y problemas, ampliar los sentidos de los conceptos trabajados, establecer nuevas relaciones entre conceptos. Por ejemplo, produjimos prácticos que intentan ampliar el sentido de las funciones estableciendo relaciones entre sus diversas formas de expresión, sus representaciones gráficas y su uso como herramientas de modelización en problemas contextualizados. En este último sentido incluimos problemas que intentan abordar contenidos, por ejemplo de física, y es nuestra intención seguir profundizando en estos aspectos.

Actualmente seguimos trabajando en la producción de materiales que integren recursos tecnológicos y se proponen potenciar la interacción virtual de los alumnos con la plataforma moodle. Por ejemplo, ofrecemos en la plataforma resolución de ejercicios en archivos pdf, videos explicativos breves, applets de GeoGebra para explorar funciones y sacar conclusiones sobre sus parámetros, una wiki que integra distintas de estas herramientas para recorrer un bloque de contenidos (para acceder a algunos de estos ejemplos entrar a <http://moodle.exa.unicen.edu.ar/course/view.php?id=17&section=2>).

### **b) El espacio virtual del PIEXA en la plataforma moodle**

Como mencionamos, elaboramos un espacio en la plataforma moodle para el ingreso y buscamos adecuarlo progresivamente a las necesidades de cada uno de los objetivos del programa y sus distintas modalidades.

La plataforma incluye secciones generales (últimas noticias, cronogramas, etc.) y otras específicas para cada una de las materias: Matemática (contiene los módulos y materiales complementarios, modelos de parciales y finales, actividades sugeridas, autoevaluaciones, foros, comentarios y recordatorios), Resolución de problemas con computadora e Introducción a la vida universitaria (materiales teóricos y prácticos, actividades para acreditar el espacio, foro, sugerencias de trabajo, etc.).

Este espacio virtual (la plataforma del PIEXA) va cobrando una importancia diferente a partir de constituirse en una herramienta de comunicación con los alumnos durante los cursos virtual y semipresencial.

Encontramos numerosas dificultades en el trayecto de estos cursos que tienen una componente virtual: alumnos que no consultan periódicamente el email, no reciben a tiempo nuestras invitaciones y por lo tanto no se matriculan en el momento propuesto; alumnos que se matriculan y no visitan la plataforma, escasamente utilizan el foro para consultar a pesar de distintas invitaciones para hacerlo, o no bajan los materiales nuevos incluso aquellos que se dedicaron efectivamente a preparar el examen.

La vinculación con este tipo de espacios de estudio es nueva para muchos alumnos. La teoría de la mediación instrumental (Rabardel, 2001) nos parece interesante para pensar en estos procesos. Propone diferenciar entre artefacto e instrumento. El instrumento es la conjunción del artefacto y las habilidades cognitivas necesarias para construirlo. El proceso de transformación de un artefacto en un instrumento es llamado génesis instrumental (Trouche, 2004). La génesis instrumental ocurre en dos direcciones, por un lado, las características del software influyen las estrategias de resolución y las concepciones del estudiante (proceso de instrumentación). Por otro lado, el proceso de instrumentalización, dirigido del estudiante al software, lleva a una internalización del uso del artefacto. De esta manera, un mismo artefacto puede ser instrumentalizado de diferentes formas según el alumno y el problema propuesto.

Planteamos hipótesis para tratar de explicar algunas de las dificultades y elaboramos estrategias para favorecer procesos de génesis instrumental. Durante los cursos intentamos colaborar con esta inserción en la plataforma, o con este proceso progresivo de instrumentalización. Por ejemplo, gestionamos un encuentro presencial temprano que los convoque a utilizarla a través de tareas concretas como la participación en el foro, la resolución de autoevaluaciones, subir a la plataforma determinados materiales.

La autonomía para la organización de etapas de estudio cuando el estudiante tiene por delante todo el programa y un período de tiempo relativamente prolongado, puede ser otra dificultad importante. En la escuela estas etapas están organizadas y decididas por los docentes, a modo de transición proponemos entonces un modelo intermedio: colaboramos con ellos en el planteo de etapas con tiempos asignados que incluyan de a un bloque de contenidos, ellos deberán buscar su propia organización de contenidos y tiempos al interior de cada bloque.

Como dijimos este espacio se encuentra en construcción y seguimos en la búsqueda de potenciar su uso de diferentes maneras.

### **c) El planteo didáctico de las clases de matemática**

Proponemos, durante los encuentros presenciales, una dinámica de trabajo en clase que pretende ubicar a los estudiantes en una posición de acción permanente. Pensamos la clase con tiempos dedicados a que resuelvan los ejercicios y problemas para que las dudas o preguntas surjan mayoritariamente de ellos mismos. Estos espacios le “devuelven” al alumno

(en el sentido de Brousseau, 2007, 2015) la responsabilidad de enfrentar los problemas, de poner en juego los conocimientos que tienen, de organizar esos contenidos y transformarlos, de establecer relaciones entre ellos y validarlos como así también de identificar y de buscar lo que no saben. El rol de los docentes en estos espacios es el de proponer buenos problemas para que los alumnos resuelvan y acompañar estos momentos de búsqueda con respuestas oportunas a las preguntas que surgen.

Esta dinámica implica una actitud de los docentes atenta a las necesidades de cada grupo. Asumimos la responsabilidad de observar permanentemente la marcha del trabajo de los alumnos. En función de estas observaciones ofrecemos orientaciones, ayudas, explicaciones. Introducimos las explicaciones teóricas en la clase de dos maneras diferentes. Por un lado, las fundamentaciones teóricas entran a la clase por el lado de las explicaciones y justificaciones que realizamos individual o colectivamente a propósito de algún problema o ejercicio estratégicamente elegido por el docente con este objetivo. Por otro lado, pedimos a los alumnos la lectura e interpretación de textos teóricos para luego compartir esas interpretaciones en forma colectiva: establecer ideas centrales, explicar las dudas, poner en relación las definiciones, notaciones y demostraciones como herramientas tecnológico-teóricas que justifican las tareas (tomamos la idea de praxeología de Chevallard *et al.*, 1997, 2005).

De esta manera, pretendemos impulsar una relación de mucha interacción entre docentes y alumnos, en la que se privilegia permanentemente la construcción de relaciones matemáticas propias, a cargo de cada alumno, y el docente ofrece explicaciones en momentos apropiados, es decir, cuando esas explicaciones tienen oportunidad de relacionarse con preguntas o ideas de los alumnos. Creemos que esta dinámica propicia una mejor comprensión de los conocimientos matemáticos, una mejor calidad de aprendizajes. En términos de Chevallard *et al.* (1997, 2005) si los conocimientos surgen como respuestas a buenas preguntas evitamos ese fenómeno, que se produce en la escuela, de acercamiento a las obras matemáticas como si fueran monumentos para visitar.

La actividad de modelización matemática tiene, también en este contexto, un valor especial: es una oportunidad para aprender “con sentido”. Modelizar implica identificar variables, datos y relaciones en un problema matemático o extramatemático; producir hipótesis, construir un modelo y probarlo. También requiere enfrentarse a problemas y matematizarlos; usar los conocimientos matemáticos como herramientas para contestar preguntas del sistema matematizado, para luego poder objetivar y estudiar esos conocimientos matemáticos que antes emergieron como herramientas (Douady, 1984, Chevallard *et al.*, 1997). Podemos pensar la modelización como una oportunidad para que los alumnos tengan una experiencia de producción de conocimientos, en el marco de un cierto dominio matemático, que permite enriquecer conceptualmente a quien la transita (Sadovsky, 2005).

#### **d) ¿Cómo evaluamos los procesos de aprendizaje?**

Para evaluar los procesos de aprendizaje de los alumnos utilizamos una variedad de instrumentos, que dependen de cada modalidad y de los análisis que realizamos sobre la marcha de los cursos.

Ejemplificamos algunos de estos instrumentos de evaluación clasificados en dos categorías:

✓ Mediados por la plataforma virtual:

Entregas individuales o colectivas, a través archivos pdf o imágenes, con devoluciones de correcciones.

Autoevaluaciones que reciben calificación automática.

Participaciones en la plataforma a través de los “foros” o de los “informes” de la plataforma que registran la actividad de los participantes.

✓ En instancias presenciales:

Resoluciones colectivas de algunos ejercicios y problemas que permiten la participación de los alumnos y los intercambios de diferentes ideas y procedimientos de resolución.

Momentos de trabajo individual o en pequeños grupos en cada clase, en los que los docentes nos acercamos a cada grupo para orientar o responder preguntas.

Entregas breves de ejercicios o problemas para corregir.

Examen escrito individual de cuya aprobación depende el ingreso a la facultad.

(Para acceder a algunos de estos ejemplos entrar a

<http://moodle.exa.unicen.edu.ar/course/view.php?id=17&section=2>).

### III.LA CONSTRUCCIÓN COLECTIVA COMO MÉTODO DE TRABAJO

#### a) El equipo del PIEXA produce en forma colectiva y colaborativa

Desde la concepción del PIEXA planteamos una dinámica de trabajo colaborativa para el equipo en la búsqueda de objetivos, sentidos, direcciones, decisiones, producciones comunes, que representen al colectivo.

¿Cómo concebimos una dinámica de trabajo de este tipo?

Tomamos, por ejemplo, definiciones de Fiorentini (2008) quien considera que el trabajo en colaboración implica que “... todos trabajan conjuntamente (co-laboran) y se apoyan mutuamente, tratando de alcanzar objetivos comunes negociados por el colectivo del grupo. En la colaboración, las relaciones, por tanto, tienden a ser no jerárquicas, teniendo dirección compartida y corresponsabilidades para la conducción de las acciones.” El autor agrega que se trata de un proceso que no es automático, sino que los grupos se van transformando progresivamente en colaborativos. A medida que los integrantes se van conociendo y adquieren y producen conjuntamente, logran autonomía, pasan a autorregularse y a hacer valer sus intereses, tornándose, así mismo, grupos efectivamente colaborativos. Desde el principio son negociadas las responsabilidades de cada participante y se van definiendo direcciones compartidas. El apoyo mutuo entre los miembros es fundamental para el éxito y la supervivencia en un ambiente colaborativo.

También caracteriza a nuestro grupo colaborativo una actitud investigativa, una posición de reflexión sobre la acción que posibilita producir conocimientos nuevos para sus integrantes sobre cuestiones de enseñanza de la matemática en este contexto específico del ingreso a la facultad. Tomamos ideas de Bednarz (1997) en este sentido, quien plantea una dinámica de reflexión que da paso a una reapropiación personal de las situaciones. A partir de las interacciones entre las reflexiones y decisiones previas a las clases (o encuentros presenciales o interacciones con los alumnos mediadas por la plataforma virtual) y los balances posteriores que realizamos damos lugar a un espacio de producción colectivo e individual que intenta coordinar la formación docente con la práctica de enseñanza.

#### b) La búsqueda de un espacio con otros docentes

Paralelamente al desarrollo de los cursos en sus tres etapas, trabajamos en la conformación de un espacio de encuentro, estudio y producción compartida de docentes del PIEXA con profesores de matemática de escuela secundaria y de materias del primer año de la

facultad. Apuntamos a mejorar las condiciones de inclusión académica, social y administrativa de los estudiantes de secundaria en nuestro ámbito universitario.

Como dijimos antes, perseguimos el objetivo de generar espacios académicos e institucionales para mejorar la articulación en el área Matemática entre la Escuela Media y la Universidad a fin de lograr consensuar acciones entre docentes de ambos niveles que redunden en una mejora de la calidad educativa y de lograr el ingreso y la permanencia del alumno en la institución.

Con este objetivo, realizamos tres encuentros durante el año con profesores de quinto y sexto año de escuelas secundarias de Tandil para trabajar en esta problemática de la transición entre estos niveles educativos. Las autoridades educativas provinciales del distrito de Tandil avalan y autorizan estos encuentros como tareas en servicio.

Concretamente realizamos actividades conjuntas que favorecen la profundización de contenidos matemáticos y didácticos, como por ejemplo discutir, producir y compartir estrategias y materiales para la enseñanza de la matemática en estos trayectos y fortalecer estrategias de comunicación permanente entre los docentes de ambos niveles. También inauguramos una sección en la plataforma que incluye las producciones que va logrando este grupo y ofrece un foro, como otra vía de comunicación virtual entre los participantes, que nos vincula en el tiempo.

Algunos de los ejes que propuso el propio grupo son: uso de los materiales de ingreso en distintos cursos de matemática en la escuela para tomar protocolos y luego ponerlos en común o contar la experiencia; producción de materiales que busquen dar sentido a determinadas nociones (por ejemplo contextualizaciones históricas y problemas de aplicación); análisis comparativo de un mismo contenido en los dos niveles (a través de prácticos, textos teóricos y evaluaciones).

## COMENTARIOS FINALES

Finalmente, podemos decir que hacemos una buena evaluación de este primer recorrido del PIEXA en cuanto al logro de ciertos objetivos: el acompañamiento de los alumnos en el ingreso a la facultad durante todo el año, ofreciendo distintas modalidades y materiales y, fundamentalmente, en cuanto a la conformación de un grupo de trabajo colaborativo con muy buenos vínculos que permite augurar crecimiento en cuanto a sus potencialidades.

Nos planteamos desafíos que tienen relación, fundamentalmente, con la reflexión sobre las acciones realizadas, el análisis de sus efectos y la modificación de esas acciones tendiendo a acercarnos más a los objetivos buscados.

Como ejemplos de estos desafíos mencionamos:

- Profundizar la reflexión sobre la selección de los contenidos matemáticos a trabajar en los cursos, buscando una relación entre los conocimientos que los alumnos traen de la escuela secundaria y los que los docentes de primer año de la facultad esperan. Son contenido central de esta reflexión los aspectos epistemológicos de la matemática que vive en cada una de estas instituciones.
- Mejorar las propuestas de trabajo conjunto entre docentes de los últimos años de escuelas secundarias, del PIEXA y de primer año de la facultad, apuntando a mayores niveles de profundización y de acuerdo para que redunden en una mejora del tránsito que realizan los alumnos entre ambos niveles.
- Estudiar la relación de los alumnos con la plataforma del PIEXA para mejorar las propuestas virtuales. Esta mejora implica la elaboración de materiales para los cursos que resulten autosuficientes pero a la vez que estimulen la interacción de los alumnos



con la plataforma, sin olvidar el rol protagónico, complejo y activo, de los estudiantes en la construcción de sus propios conocimientos.

- Unificar los materiales y enfocarlos cada vez mejor dentro de los ideales didácticos del PIEXA.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bednarz, N. (1997). Formación continua de los docentes de matemática: una necesaria consideración del contexto. Montreal: Universidad de Quebec.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Traducido por Dilma Fregona. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (2015). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la matemática. Serie B. Trabajos de Enseñanza. N°5/2015. Traducción realizada por Dilma Fregona sobre la versión publicada en 1993. Centro de Estudios Avanzados (CEA). Facultad de Matemática y Astronomía. Universidad Nacional de Córdoba.

Chevallard Y., Bosch M., Gascón J. (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE - HORSORI. Universitat de Barcelona.

Chevallard, Y. (2005). La didactique dans la cité avec les autressciences. Symposium de Didactique Comparée. Montpellier. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr>. Última consulta: 17 de agosto de 2015.

Douady, R. (1984) “Relación enseñanza-aprendizaje, Dialéctica Instrumento Objeto, Juego de marcos”. *Cuaderno de Didáctica de la matemática Nro. 3*.-Univ. Paris 7. Francia.

Fiorentini, D. (2008) ¿Investigar prácticas colaborativas o investigar colaborativamente? Cap. 2 en Borba M.C. y Araújo J.L. (comp.) Investigación cualitativa en educación matemática. Ed. Limusa, Cideccyt. México.

Rabardel, P. (2001). Instrument mediated activity in situations. In: Blandford, A., Vanderdonckt, J., Gray, P. (Eds.), *People and Computers XV—Interaction Without Frontiers*, Springer-Verlag.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*.

## **ANEXO 1: CONTENIDOS MATEMÁTICOS DEL PIEXA**

### **BLOQUE I: Números Reales (Primera parte)**

Números Naturales, Racionales, Irracionales. Propiedades de los números reales Propiedades de la suma y el producto de los números reales. Propiedades del orden de los números reales. Intervalos e inecuaciones en la recta real. Inecuaciones. Valor absoluto o módulo de un número real.

### **BLOQUE II: Números reales (Segunda parte)**

Potencia de números reales. Exponentes enteros. Propiedades de la potencia. Producto y cociente de potencias de igual base. Potencia de una potencia. Propiedad distributiva respecto del producto y del cociente. Radicación de números reales. Exponente racional negativo. Propiedad distributiva de la radiación. Simplificación de radicales. Raíz de una raíz. Multiplicación y división de radicales. Suma y resta de radicales. Exponentes reales. Logaritmo. Propiedades del logaritmo. Cambio de base.

### **BLOQUE III: Polinomios**

Definición de polinomios. Grado y características de los polinomios. Especialización de polinomios. Operaciones con polinomios: suma, resta, multiplicación y división. Teorema del resto. Regla de Ruffini. Divisibilidad de polinomios. Teorema fundamental del álgebra Raíces de un polinomio. Teorema de Gauss. Polinomio primo. Factorización de polinomios. Una estrategia general para factorizar polinomios. Múltiplo común de menor. Expresiones algebraicas racionales. Simplificación de expresiones algebraicas racionales.

### **BLOQUE IV: Trigonometría**

Ángulos orientados. Sistema de medición de ángulos: Sistema sexagesimal y circular. Radianes y ángulos orientados. Razones trigonométricas de un ángulo. Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos complementarios. Circunferencia trigonométrica. Razones trigonométricas de ángulos especiales. Relación entre las razones trigonométricas de un ángulo. Relación entre el seno, coseno y tangente. Identidad pitagórica. Relaciones entre las razones trigonométricas de ángulos simétricos. Ángulos suplementarios. Ángulos que difieren en  $180^\circ$ . Ángulos opuestos. Otras relaciones. Reducción al primer cuadrante. Relaciones circulares inversa. Resolución de triángulos rectángulos.

### **BLOQUE V: Funciones y ecuaciones. (Primera parte)**

Funciones reales. Las gráficas de las funciones. Desplazamientos de las gráficas. Clasificación de las funciones. Breve estudio de algunas funciones importantes. Función polinómica. Función constante. Función lineal. Ecuación de la recta. Rectas paralelas y perpendiculares. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Sistemas de  $n$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas.

### **BLOQUE VI: Funciones y ecuaciones (Segunda parte)**

Función cuadrática: La parábola. Forma canónica y polinómica de la función cuadrática. Expresión factorizada. Pasajes a las diferentes formas. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Sistemas Mixtos. Ecuaciones bicuadráticas. Función racional. Dominio e Imagen. Asíntotas. Ecuaciones fraccionarias. Funciones trascendentes. Función exponencial. Función logarítmica. Funciones trigonométricas. Ecuaciones irracionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.