LAS TRIBULACIONES QUE GENERAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS EN NUESTROS ALUMNOS Y EN NOSOTROS, LOS DOCENTES

MAUMARY, CARINA PATRICIA (1,2) ; MAUMARY, MARIA EUGENIA (1,3)

[1] Escuela Industrial Superior anexa a la Facultad de Ingeniería Química - U.N.L.
[2] carimaumary@hotmail.com
[3] eugemaumary@gmail.com

RESUMEN

La comunicación aborda inquietudes que generan los Números Complejos desde la relación que existe entre redactar nuestros soportes didácticos, cómo se implementan en el aula, cómo aprenden los alumnos el concepto desde nuestra propuesta, cómo lo enriquecen los estudiantes con sus inquietudes y el rol docente para mediar entre el "saber sabio", el “saber enseñado” y el aprendizaje del mismo. Esto implica tener en cuenta una mirada epistemológica, didáctica y cognitiva, sabiendo que todo esto ocurre en un lugar y momento dado. Se expone desde qué paradigma de enseñanza diseñamos nuestro material didáctico, luego las decisiones pedagógicas que fueron tomadas y los libros analizados durante la investigación del tema. Posteriormente se describe la duda que generó en un alumno la puesta en práctica de dicho material y también una encuesta realizada a estudiantes para recabar información acerca de la comprensión del contenido, con el objetivo principal de mejorar nuestras prácticas docentes. Teniendo en cuenta lo analizado nos preguntamos si el surgimiento de errores en las operaciones y el no poder incorporar la definición del número complejo e interpretarlo como una adición de dos objetos disociados es consecuencia de no trabajar en paralelo todas las operaciones con su representación gráfica.

Palabras clave: objetos matemáticos, complejos, enseñanza, tribulaciones.

INTRODUCCIÓN

Generalmente a los alumnos, antes de comenzar con el tema Números Complejos, les asusta o preocupa de qué trata o para qué sirven estos números. Saben que varias ecuaciones resueltas con anterioridad no tienen solución en el conjunto de los números reales, y la docente se encarga de remarcar que "no tienen solución en reales" y les habla de unos números imaginarios, pero que más adelante van a desarrollar el tema. Al trabajar con las operaciones de números complejos, algunos de los alumnos dicen: "¡es una pavada!"; otros cometen errores porque, creemos que no asimilan que están trabajando con una estructura numérica nueva; mientras que otros se quedan todavía pensando en su definición y es algo que les inquieta. A esto lo relacionamos con el siguiente texto extraído del libro "Las tribulaciones del estudiante Törless" de Robert Musil (1984):
"- No será tan terrible como tú dices. Yo nunca dudé de que las matemáticas estaban en lo cierto (en última instancia, los resultados así lo demuestran); pero, claro está, me parece extraño que este fenómeno se oponga al entendimiento; y, después de todo, bien pudiera ser que se opusiera sólo aparentemente.
- Pues bien, tú puedes esperar esos diez años y entonces tal vez su entendimiento esté listo, preparado… yo también estuve reflexionando desde la última vez que hablamos de esto, y estoy firmemente convencido de que aquí hay gato encerrado. Por lo demás, antes no hablabas de la misma manera que hoy lo haces.
- Oh, no, también estoy preocupado; solo que no quiero exagerar como tú. Lo encuentro extraño, eso es todo. El pensamiento de los números irracionales, los números imaginarios, de líneas paralelas que se cortan en el infinito (es decir, en alguna parte, entonces), me desconcierta. Cuando pienso en estas cosas quedo aturdido, como si recibiera un golpe en la cabeza."

De allí el nombre de la comunicación.

Nuestra intención es mostrar cómo abordamos el tema Números Complejos en la Escuela Industrial Superior de la ciudad de Santa Fe.

DISEÑO DEL SOPORTE DIDÁCTICO

Claro está que el trabajo docente comienza antes de entrar al aula. Desde el 2005 decidimos no usar libros de textos en ningún nivel, sino realizar nuestros propios soportes didácticos; esto implicó revisar nuestras prácticas docentes y ser cuidadosas en que, lo que escribamos no tenga errores conceptuales o genere conceptos erróneos en nuestros alumnos. Es decir, ser cuidadosas con la transposición didáctica y la vigilancia epistemológica (Chevallard, 1998), lo cual nos ha traído ciertas tribulaciones. A continuación vamos a relatar qué tuvimos en cuenta al diseñar el material didáctico usado en el aula (cabe aclarar que dada la extensión del mismo -9 páginas- solo se mostrarán algunas actividades), algunas decisiones tomadas y cómo fue modificándose a lo largo de estos años.
¿Qué vamos a enseñar? Esto no presentó inconveniente dado que contamos con la Planificación del área, la siguiente unidad temática pertenece al programa de Matemática III de la Escuela Industrial Superior:
"Eje Conjuntos Numéricos. Unidad Temática 6: Números complejos. Forma binómica, polar y trigonométrica. Operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Propiedades (cada contenido de esta unidad que lo permite, se trabaja en forma transversal con el Eje Álgebra)."

¿Para qué vamos a enseñar esto? Dicho tema es importante, por un lado, para dar cierre a una de las operaciones matemáticas que hasta aquí generaban problemas: calcular la raíz de índice par de números negativos y por ende resolver ecuaciones que hasta el momento no tenían solución en el conjunto de los números reales. Por otro lado, en las escuelas técnicas que tienen la especialidad mecánica eléctrica es un tema necesario en algunas materias específicas como electrotecnia.
¿Cómo lo vamos a enseñar? Estamos convencidas de que la enseñanza de la matemática exige un abordaje transdisciplinario que requiere de mentes creativas, abiertas y capaces de resolver situaciones problemáticas específicas desde muchas perspectivas. Esto indica que el docente debe diseñar estrategias de enseñanza basadas en una concepción cognitiva del aprendizaje, favoreciendo el tratamiento de los contenidos disciplinares "desde una perspectiva de clase reflexiva" (Litwin, 2000), en la cual el joven pueda poner en juego sus propias capacidades y posibilidades para participar activamente del proceso y construir el conocimiento.
Para esto tuvimos en cuenta una de las estrategias de enseñanza contextual (Crawford, 2004) las cuales ayudan a los estudiantes a construir, elaborar y usar conocimientos en matemáticas y otras ciencias. Dicha estrategia fue la de Relación que consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente. Esto significó retomar el origen del concepto desde la historia de la matemática y su relación con el álgebra, específicamente con las ecuaciones. Una de las situaciones iniciales fue la siguiente:

EL PROBLEMA DE CARDANO
En el año 1545, el matemático italiano Gerónimo Cardano (1501-1576) trabajaba en la resolución del siguiente problema: ¿Es posible expresar al número 10 como suma de dos números reales tales que el producto de ellos sea igual a 40?

Con esta situación inicial y el conocimiento de los alumnos acerca de la ampliación de los conjuntos numéricos en la resolución de ecuaciones, entre otras, hizo natural la necesidad de definir un nuevo número y el desarrollo de sus operaciones y propiedades. Hasta ese momento no había surgido inconvenientes para diseñar el material escrito con definiciones, propiedades y actividades, ni en el desarrollo de las clases. En el mismo se consideraba la inclusión de los reales en los complejos.

Tribulaciones en las docentes.

En el 2010, como todos los años, se revisó el material y en un intercambio de ideas, con nuevas colegas, surgió la siguiente tribulación:
¿Vamos a seguir considerando a los números reales incluidos en los complejos? ¿Cómo se da dicha inclusión?
Es en estos momentos cuando el docente debe ejercer su vigilancia epistemológica, esto es "...recapacitar, tomar distancia, dudar sistemáticamente si el objeto enseñado es el objeto a enseñar que se proponía, cuidar que no haya una sustitución «patológica» de uno por otro, o sea que el objeto transformado no pierda la esencia del saber sabio. El saber enseñado debe guardar una distancia correcta entre el saber sabio y el saber banalizado" (Chevallard, 1998)
Una de nuestras dudas fue, por ejemplo, ¿el número 2 real es el mismo número 2 complejo?
Ante estas inquietudes y al no disponer de tiempo para investigar acerca de ello, en primera instancia decidimos no colocar en nuestro material la representación de inclusión de conjuntos numéricos mediante diagramas de Venn (Figura 1), por otro lado se incorporaron preguntas como: A los reales los representamos en la recta numérica, ¿qué representación proponen Uds. para los complejos? Los reales sabemos que es un conjunto ordenado, ¿los complejos

también? ¿cómo lo ordenarían? Lo demás, definiciones, propiedades y actividades, no se modificó.

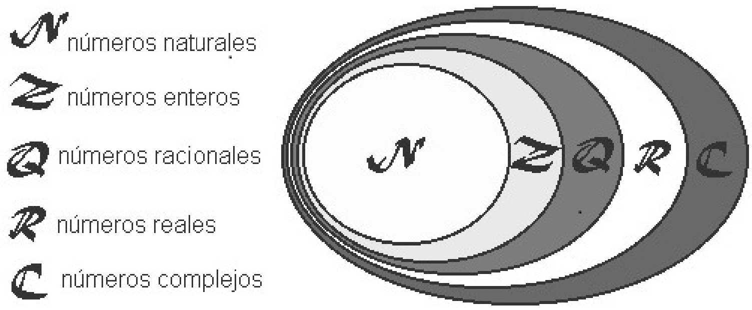


Figura 1

La exclusión del diagrama de Venn, se llevó a cabo también en los materiales de los niveles anteriores, debido a que apreciamos que no interferiría en la enseñanza y aprendizaje de los conjuntos numéricos.
En cuanto a esto, Godino (2006) menciona que "una característica importante de la actividad matemática es el uso de diversos sistemas de expresión y representación, además del lenguaje natural: variados sistemas de escritura para los números, escrituras algebraicas para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc. Duval (1995) se ha interesado particularmente por este uso variado de los sistemas de representación semiótica y se pregunta: "¿Es esencial esta utilización de varios sistemas semióticos de representación y expresión, o al contrario no es más que un medio cómodo pero secundario para el ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales?" (p. 3)".
En el 2014 retomamos dichas inquietudes y nos dispusimos a revisar diversos materiales, libros de textos de secundaria y otros de nivel superior, comunicaciones e investigaciones, etc. En todos los libros analizados de escuela secundaria, a saber:

- De Guzmán, M. (1991). *Matemáticas Bachillerato 3.* Madrid: Anaya.
- De Simone, I. (1992). *Matemática 4*. Buenos Aires: AZ.
- Santaló, L. (1995). *Matemática 3 Iniciación a la creatividad.* Buenos Aires: Kapeluz.
- Kaczor, P. (2001). *Matemática 1* – Buenos Aires: Santillana.
- Altman, S. (2001). *Números y sucesiones*. Buenos Aires: Longseller.
- Abdala, C. (2003). *Carpeta de Matemática Cuadernillo 1.* Buenos Aires: Aique.
- Itzcovich, H. (2006). *M2 matemática*. Buenos Aires: Tinta Fresca.
- Chorny, F. (2010). *Matemática 4*. Buenos Aires: Estrada.

se considera la inclusión de conjuntos numéricos.

Otros libros analizados fueron los siguientes:

- Rey Pastor, J. (1963). *Análisis Matemático.* Buenos Aires: Kapelusz.
- Sobel, M. (1996). *Álgebra*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.
- Fernández, E. (2006). *Matemática para el Ingreso*. Santa Fe: Ediciones U.N.L.
- Stewart, J. (2007). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. México: Thomson.

Solo en el primero de éstos últimos y en algunas investigaciones encontradas en la web se vincula al conjunto de números reales y al de los números complejos mediante un isomorfismo. Luego de estudiar estos materiales coincidimos que esta postura es la más adecuada, lo cual valida la decisión tomada en el 2010, la que seguimos manteniendo en la actualidad. Decidimos no presentar en nuestro material el isomorfismo entre los conjuntos, dado la complejidad del concepto; pero sí, en el discurso docente, mencionar que se puede establecer una correspondencia entre los elementos de dichos conjuntos.

En ese mismo año -2014- quisimos comenzar el tema desde la estrategia de Aplicación (Crawford, 2004) la cual consiste en aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica (como se hizo con otros temas de la planificación) teniendo en cuenta la necesidad del concepto (y operaciones con números complejos) en asignaturas de la especialidad mecánica eléctrica de la escuela; pero nos resultó difícil, debido a que había nociones que los estudiantes aún no habían trabajado, y también para el equipo involucrarse con contenidos de otra materia. Por estos motivos decimos dejar dicha estrategia para introducir las operaciones con números complejos; a continuación se muestra la actividad que incorporamos en el material de estudio para introducir las operaciones:

APLICACIÓN DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS A LA ELECTRICIDAD (I)

La impedancia (Z) es la medida de oposición que presenta un circuito a una corriente cuando se aplica un voltaje. La impedancia posee magnitud y fase, a diferencia de la resistencia, que sólo tiene magnitud.

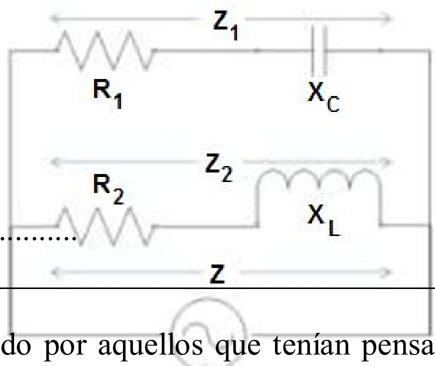
La razón entre el voltaje (V) y la corriente (I) se define como Impedancia: $Z = \frac{V}{I}$.

La impedancia puede representarse como la suma de una parte real y una parte imaginaria, $Z = R \pm j.X$ donde R es la resistencia y X es la reactancia.
Básicamente hay dos clases o tipos de reactancias:
- Reactancia inductiva o X_L, debida a la existencia de inductores.
- Reactancia capacitiva o X_C, debida a la existencia de capacitores.

La magnitud de la impedancia viene dada por la fórmula: $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

☑ Ejemplo**:**
Para el circuito en paralelo mostrado en la figura,
se sabe que $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $X_C = 4\Omega$, $X_L = 2\Omega$.
Por lo que:

$$Z_1 = R_1 - X_C\, i = 2 - 4i;$$
$$Z_2 = R_2 + X_L\, i = 6 + 2i.$$



Puesto que los circuitos están en paralelo, tenemos:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

a) Expresa Z en función de las otras variables, Z = ...
b) Obtiene la magnitud de la impedancia.

La actividad fue bien recibida por los alumnos, sobre todo por aquellos que tenían pensado continuar la especialidad mecánica, dado que advirtieron la necesidad de saber operar en este conjunto numérico. Una vez presentadas las operaciones de adición y sustracción, analíticamente, se analizaron también desde la representación gráfica. La multiplicación y división solo se explicaron analíticamente.

Se muestra a continuación otra de las actividades del material:

APLICACIÓN DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS A LA ELECTRICIDAD (II)

En Electrotecnia, a las magnitudes vectoriales las representamos mediante números complejos.
Recuerda, la impedancia Z se la representa así: $Z = R \pm j\,X$
Donde j es el equivalente al versor i, que no se utiliza en Electrotecnia para no confundirlo con el símbolo de intensidad de corriente (i).
a) Dada una tensión $V = 220V_{0°}$ y una intensidad de corriente $I = 2\ A_{-33°}$, calcula la impedancia Z.

$$Z = \frac{V}{I} \quad por\ lo\ que \quad Z = \frac{220V_{0°}}{2A_{-33°}} = 110\Omega_{33°}$$

b) de la impedancia obtenida en a) calcula los valores de resistencia R y de reactancia X_L.
Para resolver este problema se pueden utilizar las relaciones trigonométricas o la transformación de forma polar a rectangular que la mayoría de las calculadoras tiene incorporada.

$X_L = Zsen\alpha \qquad R = Z\cos\alpha$

$R = 110\Omega\ \cos 33° = 92{,}25\Omega$

$X_l = 110\Omega sen 33° = 0{,}54\Omega$

Al resolver estas actividades con los alumnos les hicimos notar que, en estos casos, los números complejos son necesarios por su representación gráfica, por medio de vectores, y la posibilidad de expresarlos en forma binómica o polar.

Reiteramos que la decisión de no haber iniciado el tema con estas aplicaciones es porque ameritaría un importante trabajo de coordinación con asignaturas de otros niveles y quizás modificar los programas de estudio. Nos preguntamos si sería adecuado desarrollar el tema en cuarto año y con más profundidad en la especialidad Mecánica Eléctrica.

Tribulaciones en los alumnos

Con las decisiones pedagógicas tomadas para el diseño del material, la implementación del mismo no presentaba dificultades en la enseñanza ni en el aprendizaje de los alumnos; excepto en uno de ellos (al menos uno lo explicitó).

La tribulación surgió al resolver ecuaciones polinómicas de grado 3 con coeficientes reales en una de las actividades de la unidad de números complejos. Cabe aclarar que al llegar a esta actividad los alumnos ya saben factorizar polinomios, conocen el teorema fundamental del álgebra y la resolvente, etc. A continuación se muestra la actividad:

Resuelve las siguientes ecuaciones en C:

a) $x^2 - 7x + 13 = 0$ b) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

Con la ecuación del ítem a) no surgió problema. Tiene grado dos entonces tiene dos raíces, las cuales son complejas: $x_1 = \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ y $x_2 = \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Es coherente que no surja problemas dado que la introducción del tema se hace desde la resolución de ecuaciones, como lo hicieron a lo largo de la historia matemáticos como Tartaglia, Ferrari y Cardano.
Con la del ítem b), obtuvieron tres raíces: $x_1 = -1$, $x_2 = i$ y $x_3 = -i$ y para un alumno el problema surgió al dar el conjunto solución. Parafraseando su razonamiento: ¿Es $x_1 = -1$ una solución compleja? Si fuese así, ¿debería tener su conjugada como solución? Con lo cual, ¿tendríamos 4 raíces? y esto, ¿no contradice el hecho de que tenga tres raíces como indica el grado del polinomio? Explicitando estos interrogantes, él concluyó que $x_1 = -1$ no es una solución compleja, sino real. Y con esto se abrió el debate, en el aula, acerca de si los reales están incluidos en los complejos.
En ese momento la decisión de la profesora fue realizar las siguientes preguntas a modo de reflexión:
- Pensemos en otros conjuntos numéricos: ¿Los naturales están incluidos en los enteros? ¿el elemento 2 cumple siempre la propiedad del elemento opuesto?
- Si el -1 complejo es el -1 real entonces tiene complejo conjugado, ¿en los reales hace falta definir conjugado?

Consideramos que las inquietudes de este alumno radicó en no haber consolidado la idea de que el complejo conjugado de un número complejo real es sí mismo. Y a esto se le suma la tradición de resolver más ecuaciones cuadráticas que de otro grado, y la idea de que siempre aparecen de a pares las soluciones complejas cuando en la ecuación b) aparecen tres soluciones complejas. También es posible que el inconveniente radique en la comprensión del objeto matemático -1. Nos parece pertinente destacar lo que Godino y D´Amore escriben acerca de los objetos matemáticos: "Los objetos matemáticos son, por tanto, símbolos de unidades culturales que emergen de los sistemas de usos que caracterizan a la pragmática humana (o, al menos, a grupos homogéneos de individuos), y se modifican continuamente en el tiempo, según las necesidades. De hecho, los objetos matemáticos y su significado dependen no sólo de los problemas que se afrontan en la matemática, sino también de los procesos de su resolución; en suma, dependen de la práctica humana." (D´amore y Godino, 2007).
Por otro lado nos parece relevante dejar preguntas abiertas en la clase para que aquellos alumnos, con motivaciones particulares, que quieran seguir profundizando los conocimientos sigan investigando en sus hogares. Esto aportaría a la comprensión del carácter colectivo del desarrollo científico, especialmente en matemática.
Lo sucedido en este alumno, de uno de los siete cursos de la institución, se traslado a todos los docentes del nivel, lo que nos hizo volver a tribular: ¿las decisiones pedagógicas tomadas en el 2010 fueron las adecuadas? ¿Los alumnos comprendieron qué es un número complejo?

¿Qué aprendieron nuestros alumnos?

Para analizar qué aprendieron nuestros alumnos, en el corriente año se realizó una breve encuesta (ver **ANEXO**, pág. 10) con el objetivo de saber si los estudiantes que hoy transitan cuarto año comprendieron la definición de número complejo y las operaciones entre ellos. La misma fue implementada con la colaboración de las colegas de 4to año de las distintas especialidades; cabe aclarar que se decidió no profundizar, por ahora, en la resolución de ecuaciones dado que no quisimos que su realización les demande mucho tiempo de clase.

Sobre 24 encuestas se obtuvieron los siguientes resultados:

Al ítem 1a) lo seleccionaron bien 22 alumnos, al b) 18. Los errores detectados fueron, por ejemplo, 3i.7i = 21i y multiplicar real con real e imaginario con imaginario. Al c) lo respondieron bien 10 estudiantes y algunos de los que no contestaron bien dividieron real con real e imaginario con imaginario. En el ítem d) 22 respondieron bien y los que no confundieron el concepto de conjugado con el de opuesto.

Con respecto a la pregunta 2), 7 alumnos solo contestaron bien. De los demás, exponemos algunas de las respuestas que nos llaman la atención:

- Es un binomio donde un término esta el número i(- $\sqrt{1}$)
- Es una expresión con el i = $\sqrt{-1}$
- Es la raíz de un número negativo
- Es una operación con número imaginario.
- Es un número imaginario.
- Forman un conjunto numérico como los naturales y reales

Finalmente, en la 3) 6 encuestados hicieron referencia a que sirven para la impedancia, algo eléctrico o para mecánica, 4 alumnos lo relacionaron con la resolución de operaciones que no pueden resolverse en reales, 1 alumno dijo que sirve para resolver raíces de números negativos, 5 alumnos mencionaron que sirven para realizar operaciones con raíces negativas, 5 que no saben y 3 dijeron que para nada.

CONCLUSIONES

Podemos concluir que la mayoría de los alumnos que participaron del sondeo no tuvieron problemas en realizar la suma, la multiplicación y en reconocer el conjugado; pero casi el 60% no realizó correctamente la división, algunos dividieron la parte real con la parte real y la parte imaginaria con su correspondiente el cual, en nuestra experiencia, es un error frecuente en los estudiantes al evaluar el tema. También observamos que, si bien pudieron realizar algunas operaciones correctamente no pudieron definir qué es un número complejo, es decir que no asimilaron el concepto del objeto matemático con el cual están operando.
Con respecto a esto, una investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de los números complejos realizada por Tomás Pardo Salcedo y Bernardo Gómez Alfonso (2004) tiene como hipótesis la siguiente: "Es posible que algunas dificultades e inconsistencias conceptuales y algorítmicas en relación con los complejos, a las que se han enfrentado los matemáticos a lo largo de la historia, guarden paralelismo con las que afrontan los estudiantes cuando están intentando ser competentes en esta materia."
Por otro lado, nos replanteamos si fue significativa la incorporación de las Aplicaciones de los números complejos a la electricidad (I y II) dado que solo el 25% de los encuestados recordó dicha utilización.
Finalmente, teniendo en cuenta lo analizado y los resultados de la encuesta nos preguntamos ahora, si el surgimiento de errores en las operaciones, el no poder incorporar la definición del número complejo e interpretarlo como una adición de dos objetos disociados y no pensarlo como un solo objeto matemático es consecuencia de no trabajar en paralelo todas las operaciones con su representación gráfica (las únicas que se ven son las de la suma y la resta). ¿Quizás trabajar la multiplicación y división solo analíticamente, hace que los alumnos lo asemejen más a las operaciones con polinomios?
Lo obtenido en el sondeo hace replantearnos dicha encuesta, mejorarla y volverla a realizar. Estas inquietudes hacen que sigamos investigando sobre el tema para mejorar la enseñanza y aprendizaje del mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Crawford, M. (2004). Enseñanza Contextual. Investigación, Fundamentos y Técnicas para Mejorar la Motivación y el Logro de los Estudiantes en Matemática y Ciencias. CORD. Disponible en: http://www.cord.org/uploadedfiles/Teaching%20Contextually%20Spanish.pdf Consultado el: 15/07/2013. Fecha de último acceso: 15/08/2015.

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Domínguez, A. (1983). Breve introducción a los números complejos y sus aplicaciones a la electricidad. Disponible en: http://es.slideshare.net/Alexdfar/aplicaciones-de-los-nmeros-complejos Consultado el: 20/02/2014. Fecha de último acceso: 15/08/2015.

Godino, J. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Relime,* volumen (9) N°1: 117-150.

Litwin, E. (2005). *Las configuraciones didácticas. Una nueva agenda para la enseñanza superior.* Buenos Aires: Paidós.

Musil, R. (1984). *Las tribulaciones del estudiante Törless*. Barcelona: Seix Barral.

Pardo, T. (2004). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio en el nivel universitario. Disponible en: http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2728899.pdf Consultado el: 01/07/2015. Fecha de último acceso: 15/08/2015

ANEXO

1. Selecciona la/s respuestas correctas;

a. (2 + 3i) – (-5 + 7i) =

i) 5i – 2i = 3i   ii) 7 – 4i   iii) Ninguna de las anteriores

b. (2 + 3i).(-5 + 7i) =

i) -31 - i   ii) -10 + 21i   iii) Ninguna de las anteriores

c. (2 + 3i)/(-5 +7i) =

i) -2/5 + 3i/7   ii) 11/74 - 29i/74   iii) Ninguna de las anteriores

d. El conjugado de 2 – 3i es:

i) 2 + 3i   ii) -2 -3i   iii) -2 + 3i   iv) Ninguna de las anteriores

2. ¿Qué es un número complejo?

3. ¿Para qué sirven los números complejos?