

VALIDACIÓN DE CONJETURAS DE PROPIEDADES DEL RECTÁNGULO A PARTIR DE CONSTRUCCIONES CON GEOGEBRA

FREYRE, MAGALI^(1,2) ; MÁNTICA, ANA MARÍA^(1,3)

¹ Facultad de Humanidades y Ciencias. UNL. ISP n° 8 “Alte. Brown”

²magali.freyre@gmail.com , ³ana.mantica@gmail.com

RESUMEN

Se analiza una actividad desarrollada con el software de geometría dinámica GeoGebra en un curso de segundo año de la Escuela Secundaria. La propuesta consiste en la elaboración de conjeturas acerca de las propiedades de las diagonales del rectángulo y la producción de argumentos para su validación, luego de la construcción de un rectángulo. Se tienen en cuenta los archivos de lo realizado con el software, los audios del trabajo en grupos y la filmación de la puesta en común. Se observan las producciones de 11 binomios que logran construir el rectángulo. En los procesos de validación de conjeturas puestos de manifiesto, se advierte un predominio de la constatación empírica por sobre la utilización de propiedades. Si bien se estudian previamente las propiedades de las diagonales del paralelogramo, y se define el rectángulo como paralelogramo con un ángulo recto no aparece como argumento de validación que las diagonales se cortan en su punto medio por ser el rectángulo un paralelogramo, lo que evidencia una dificultad para la comprensión de los alcances de la definición por inclusión.

Palabras clave: validación, conjetura, geogebra, exploración, rectángulo.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta el análisis de una actividad desarrollada en un curso de segundo año de una Escuela Secundaria de la ciudad de Santa Fe. El contenido que se aborda es propiedades de las diagonales del rectángulo.

El trabajo en geometría no adquiere un lugar relevante en las aulas, como manifiesta Itzcovich (2005): “Es reconocido por quienes tienen un vínculo con la enseñanza de la matemática, el hecho de que el trabajo geométrico ha ido perdiendo espacio y sentido, tanto en los colegios como en la formación docente” (p. 9). La presentación de tareas del tipo “prueba que...” no genera en el estudiante un compromiso que lo involucre en la racionalidad del trabajo geométrico, dado que lo limita solamente a producir una prueba de una propiedad que sabe que es cierta. La relevancia de un trabajo en geometría que refiera a la formulación de conjeturas y su validación involucra al estudiante desde el primer momento en el proceso de producción de una prueba que tiene sentido para él. La importancia de este modo de trabajo aparece en los documentos regulatorios. En las Orientaciones Curriculares Educación Secundaria Ciclo Básico del Ministerio de la Provincia de Santa Fe (2013) se expresa que “El trabajo en Geometría adquiere características propias que lo diferencian del Álgebra y la Aritmética, producto de la compleja relación entre los objetos del espacio físico y los geométricos, que son objetos teóricos” (p. 41). En los Núcleos de aprendizaje Prioritarios (NAP) del Ciclo Básico (2011) se manifiesta la intención de promover el trabajo geométrico en el aula considerando importante

El análisis y construcción de figuras, argumentando en base a propiedades, en situaciones problemáticas que requieran: (...) - formular conjeturas sobre propiedades de las figuras (en relación con ángulos interiores, bisectrices, diagonales, entre otras) y producir argumentos que permitan validarlas. (p.22)

Esta realidad nos invita a reflexionar sobre nuestras prácticas: ¿Qué tipo de actividades seleccionar? ¿Cómo generar condiciones que involucren a los alumnos en la producción de conocimientos geométricos? ¿Qué papel juegan las conjeturas en las clases?

Acordamos con Itzcovich y Broitman (2001) en cuanto a la importancia de propiciar un modo de pensar geométrico como objetivo esencial de la enseñanza de la Geometría, que supone

(...) poder apoyarse en propiedades estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones no conocidas. Se trata de poder obtener un resultado – en principio desconocido- a partir de relaciones ya conocidas. Esta es la anticipación. Por otra parte poder saber que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan. (p. 3)

Las actividades de la propuesta implementada se planifican para ser realizadas con el software de geometría dinámica GeoGebra. En la primera actividad se propone a los alumnos la construcción de un rectángulo. Nos referimos, en este trabajo, a los procedimientos que los alumnos desarrollan en la segunda, planificada para el reconocimiento de las propiedades de las diagonales del rectángulo. Tienen como objetivo favorecer la entrada de los alumnos en el trabajo geométrico, generando condiciones que permitan revalorizar el carácter deductivo, contribuyendo a la racionalidad propia del trabajo en geometría.

MARCO DE REFERENCIA

El marco teórico metodológico TPACK (Mishra y Koehler, 2006) se refiere a la planificación de clases con TIC, al conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar. Este modelo apunta a

prácticas de enseñanza que pongan en juego los tres tipos de conocimiento, integrando al pedagógico y al disciplinar, que habitualmente considera, la tecnología. “Saber cómo utilizar tecnología no es lo mismo que saber cómo enseñar con tecnología” (p. 1033)

Desde este enfoque se destaca la incorporación de la tecnología no como un agregado al conocimiento pedagógico disciplinar, sino que

(...) supone que integrar las TIC en nuestras clases implica no solamente conocer las herramientas, sino también “reacomodar” nuestras prácticas, revisar y resignificar los conocimientos pedagógicos y disciplinares cuando incluimos tecnologías. Se trata fundamentalmente de poner cada uno de esos conjuntos de saberes al servicio de los otros dos para, en total, enriquecer las prácticas de enseñanza y de aprendizaje. (Magadan, 2012, p. 7)

Se tomaron decisiones en torno a los tres ejes que propone el modelo TPACK: curriculares, metodológicas y tecnológicas.

Con respecto a las *decisiones curriculares* se selecciona el contenido Propiedades de las diagonales del rectángulo, con estos objetivos:

- Construir un rectángulo.
- Reconocer al rectángulo como un paralelogramo.
- Reconocer las propiedades de las diagonales: son iguales y se cortan en su punto medio.

El segundo objetivo se relaciona con la clasificación por inclusión por la cual se define rectángulo. Berté (2000) afirma que existe un obstáculo para la comprensión relacionado con este tipo de clasificación, que proviene de la clasificación por partición que generalmente se realiza en la vida cotidiana. Esta clasificación a partir de conjuntos disjuntos obstaculiza que se imagine un rectángulo como un caso particular de paralelogramo.

En este trabajo se aborda sólo el desarrollo de la actividad de elaboración de conjeturas acerca de propiedades de las diagonales del rectángulo y la producción de argumentos de validación de las mismas, por lo que se tienen en cuenta el segundo y tercer objetivo.

En cuanto a las *decisiones metodológicas*, se selecciona una actividad en la que los alumnos deben establecer conjeturas acerca de propiedades de las diagonales del rectángulo y validarlas, luego de que realizan la construcción utilizando GeoGebra.

El papel de la construcción resulta fundamental según Itzcovich (2005) teniendo en cuenta que el solo hecho que los alumnos miren dibujos que representan figuras geométricas no garantiza que identifiquen sus propiedades. Las actividades de construcción favorecen esta identificación de ciertas características y propiedades de los objetos geométricos que por su utilidad en los procesos deductivos, adquieren importancia. “El desafío de las construcciones es considerar las propiedades ya conocidas de las figuras y tener en cuenta los datos dados. Exige a los alumnos tomar decisiones acerca del procedimiento de construcción y los instrumentos a utilizar.” (Itzcovich y Broitman, 2001, p. 21)

Saber geometría, según Itzcovich y Broitman (2001) refiere a “inferir, a partir de los datos y con el apoyo de las propiedades, relaciones que no están explicitadas y que llevarán a establecer el carácter necesario de los resultados de manera independiente de la experimentación” (p. 24). Según Saiz (2007), es importante que se promueva “(...) una matemática en la que los conocimientos aparezcan como recursos para resolver problemas antes de ser estudiados por sí mismos; que se constituya en un desafío para los alumnos, donde haya lugar para las conjeturas, para la discusión de ideas, la confrontación entre los compañeros”.

Con respecto a la actividad en la que se pregunta por las propiedades de las diagonales del rectángulo, refiere a la importancia del lugar de la conjetura en la clase de geometría. Larios (2002) afirma que es necesario que los alumnos conjeturen previamente si se pide que prueben conscientemente algo. Proponer actividades en las que tengan lugar las conjeturas contribuye a que los conceptos matemáticos tengan sentido para el alumno. La actividad propuesta trabaja la conjetura a priori según este autor ya que los alumnos deben producirla para luego proponer argumentos que la validen. De esta manera, las propiedades no se dan al alumno como afirmaciones por parte del docente sino que se brindan situaciones y actividades en el contexto adecuado para que las produzca. En las actividades presentadas se espera, además de que conjeturen y constaten empíricamente, que produzcan argumentos, basados en propiedades conocidas, para validar.

Sadovsky y Sessa (2004) afirman que la validación contradice lo establecido culturalmente de la necesidad de corrección del docente de resoluciones del alumno. Así, permite que los estudiantes se responsabilicen matemáticamente por sus producciones. “La validación no es sólo saber si el resultado coincide o no con lo esperado, es fundamental, es saber dar razones de por qué estas herramientas resuelven el problema”. (p. 38)

Según Flores (2007), uno de los requisitos para entender la demostración matemática es desarrollar en los alumnos un pensamiento deductivo. Esto contribuye a la formación de estudiantes con un pensamiento crítico y reflexivo. “Este tipo de pensamiento, a su vez, redundará en un aumento en su capacidad para resolver problemas y para tomar decisiones dentro y fuera del ámbito escolar”. (p. 65)

Itzcovich (2005) reconoce la importancia de proponer situaciones que involucren a los alumnos en la producción de argumentos deductivos. Los aprendizajes implicados en este tipo de trabajo son naturalmente de una gran complejidad. Es importante que en las actividades que se propongan se consideren las diferencias sustanciales que existen entre los procesos de medir y demostrar. A partir del establecimiento de relaciones se generan procedimientos de tipo anticipatorio, ya que se anticipa a la medición concibiendo la respuesta obtenida como necesaria. “Será responsabilidad del docente orientar a los alumnos en la búsqueda de relaciones equivalentes que demuestren lo que se quiere demostrar” (p. 54)

Con respecto a las *decisiones tecnológicas*, fueron guiadas y orientadas por los objetivos mencionados. Sánchez (2002) sostiene que “Al integrar curricularmente las TIC ponemos énfasis en el aprender y cómo las TIC pueden apoyar aquello, sin perder de vista que el centro es el aprender y no las TIC”. (p.1)

Se incorpora en las actividades la utilización del software de geometría dinámica (SGD) GeoGebra. Debido a las diversas posibilidades de trabajo que ofrece, la eficacia educativa depende del uso que se haga del software y de las actividades que se decidan realizar.

El Diseño Curricular de Educación Secundaria Orientada del Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2014) expresa que se debe:

...profundizar la producción y el análisis de construcciones geométricas y propiciar el control de estas tareas, esto es, decidir si la respuesta a los problemas planteados y el procedimiento utilizado para obtenerla, son válidos. Las construcciones deben realizarse tanto con instrumentos tradicionales como con software de geometría dinámica. (p. 51)

Cabe destacar que un motivo importante de la elección del software es que es de código abierto y está disponible de manera gratuita. Facilita la exploración, permitiendo construcciones dinámicas y promoviendo la elaboración de conjeturas basadas en las representaciones gráficas. Respecto a este modo de trabajo, González López (2001) afirma que

La naturaleza del conocimiento matemático que se trabaja cambia respecto del contexto de lápiz y papel; ahora se centra en el estudio de las propiedades invariantes que posee una determinada construcción geométrica, propiedades que el usuario puede observar o predecir manipulando la construcción realizada. (p.279)

Una ventaja del software que vale destacar es la capacidad de generar un tipo de interacción llamada retroacción. El alumno trabaja en el software y este le devuelve información que utiliza para continuar en la construcción de conocimientos.

La retroacción tiene las propiedades fundamentales de:

- producir información inmediata: se pueden hacer muchos dibujos en poco tiempo, con gran precisión;
- reproducir muchas posiciones distintas de una misma construcción geométrica, dada la posibilidad de arrastrar elementos constituyentes de la misma, y permitir el paso a casos límite. (p.280)

La importancia de esta retroacción radica en que es externa al alumno. Respecto de esto, Laborde (1997) sostiene:

El recurso al desplazamiento contiene en sí mismo el uso de conocimientos: la ventaja de ello es que estas retroacciones proceden de un dispositivo externo al sujeto e independiente del profesor y, de esta manera, son susceptibles de hacer evolucionar al sujeto. (p.40)

La utilización del software favorece especialmente la producción de conjeturas por parte del alumno en la actividad propuesta. González López (2001) sostiene que la actividad exploratoria en el SGD corresponde a arrastrar los elementos libres en la construcción. Esto permite elaborar conjeturas y constatar propiedades. Si se encuentra un contraejemplo para la conjetura establecida, la comprobación experimental es una evidencia de falsedad. Si por el contrario se cumple para todas las posiciones, puede constituir un obstáculo para la elaboración de una prueba formal “(...) dado que los alumnos no perciben la necesidad de demostrar algo visualmente evidente”. (p. 283). Chazan (1993, citado en Larios y González González, 2010) afirma que el valor de evidencia proviene de apoyarse en imágenes dinámicas y puede producir el fenómeno que convierte la evidencia en prueba y la prueba en evidencia. Como consecuencia, puede generar una falta de necesidad del alumno por realizar justificaciones.

El aspecto dinámico de las construcciones que ofrece el software favorece la visualización y permite la generalización y abstracción en la construcción de conocimientos, experimentando y conjeturando. Proporciona la posibilidad de manipulación directa de las representaciones de los objetos geométricos a través del arrastre. La experimentación conjuga el uso de las primitivas geométricas y el desplazamiento.

...construir con GeoGebra es establecer relaciones geométricas entre los objetos que intervienen, que se mantendrán al modificar las condiciones iniciales. Es por esto, que consideramos que este recurso es otra herramienta que suma a la exploración y hace más evidentes ciertas conclusiones y a la vez refuerza la posibilidad de argumentar y argumentarse y a partir de la experimentación se obtienen resultados, de los que deberán analizar su verdad o falsedad. (Platero *et al.* 2012, p. 303)

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

Tareas previas

Los alumnos trabajan en clases previas las propiedades de lados, ángulos y diagonales del paralelogramo. Con respecto a las propiedades de las diagonales, grafican un paralelogramo ABCD y sus diagonales. Trazan una circunferencia cuyo centro es el punto de intersección de las

diagonales y que pasa por el vértice A. Verifican visualmente que también pasa por C. Lo mismo con la diagonal BD. De esta manera, a través del trazado de circunferencias deducen que las diagonales se cortan en su punto medio. Trabajan además la definición de rectángulo por inclusión: paralelogramo con un ángulo recto.

En la clase en la que se implementa la actividad se recuerda la definición de rectángulo y realizan la primera actividad, que consiste en la construcción de un rectángulo, en parejas.

Luego de que cada grupo lo construye correctamente, nombran los vértices A, B, C y D, trazan las diagonales y marcan el punto de intersección O. Realizan la consigna siguiente: ¿Qué propiedades cumplen las diagonales? Justifica tus afirmaciones.

Luego se reúnen en grupos de cuatro integrantes para discutir las conclusiones obtenidas en el trabajo en parejas.

Tareas realizadas con el software

Para el análisis se cuenta con el trabajo realizado en el software, dado que permite la reconstrucción de lo actuado, además de los audios de los grupos y la filmación de la puesta en común. Lo que pudo rescatarse como más productivo para el análisis del proceso de argumentación de las conjeturas es lo realizado en el software y lo expuesto en la puesta en común. En el momento de la discusión en los grupos, se evidencian escasos intercambios respecto de la consigna solicitada.

En el desarrollo de la primer actividad, tres grupos presentan dificultades que no les permiten realizar correctamente el rectángulo por lo que no se consideran en este trabajo.

Se analizan las producciones de los binomios que logran construir el rectángulo, un total de 11, que concluyen que las diagonales son iguales y se cortan en su punto medio, aunque manifiestan algunas diferencias en el proceso de validación llevado a cabo.

Todos los grupos utilizan la herramienta “Circunferencia (centro, punto)” trazando una circunferencia de centro O que pasa por uno de los vértices del rectángulo.

Explicitamos qué otras herramientas utilizaron para formular sus conjeturas y las conclusiones que algunos grupos escribieron sus en el archivo de GeoGebra con la herramienta “Texto”.

Grupos 1, 3, 4, 5 y 11: Utilizan la herramienta “distancia o longitud” para medir las diagonales. El grupo 4 es el único que mide también los segmentos de las diagonales AO, OC, BO, OD.

Conclusiones:

Grupo 1:

Las diagonales de un rectángulo miden lo mismo.

La circunferencia pasa por todos los puntos.

Las diagonales se cortan en un punto medio.

Grupo 3:

Todos los ángulos miden 90°

Las diagonales se cortan en un punto medio

Todos sus lados son paralelos

Las diagonales son iguales

Grupo 4:

Hay la misma distancia entre el punto en el que se cortan las dos diagonales. Hasta el vértice es la misma siempre.

Si se realiza una circunferencia tomando como punto inicial donde se cortan las diagonales, la circunferencia pasará por todos los vértices.

Grupo 5:

Las diagonales de un rectángulo miden lo mismo

La circunferencia pasa por todos los puntos

Las diagonales se cortan en el punto medio de la figura.

En tanto los grupos 2, 6, 7 y 8 utilizan la herramienta “distancia o longitud” para medir los lados del rectángulo y no miden diagonales.

Conclusiones

Grupo 2:

Todos sus ángulos miden 90°

Todas sus diagonales son iguales

La circunferencia pasa por todos los puntos

Las diagonales se cortan en un punto medio

Grupo 9:

Traza la circunferencia de centro O que pasa por C y marca dos ángulos interiores del rectángulo. No utiliza la herramienta “distancia o longitud”.

Grupo 10:

No utilizan la herramienta medición. Traza dos circunferencias. Una con centro O que pasa por el vértice C y otra con centro O que pasa por el vértice A. (Figura 1)

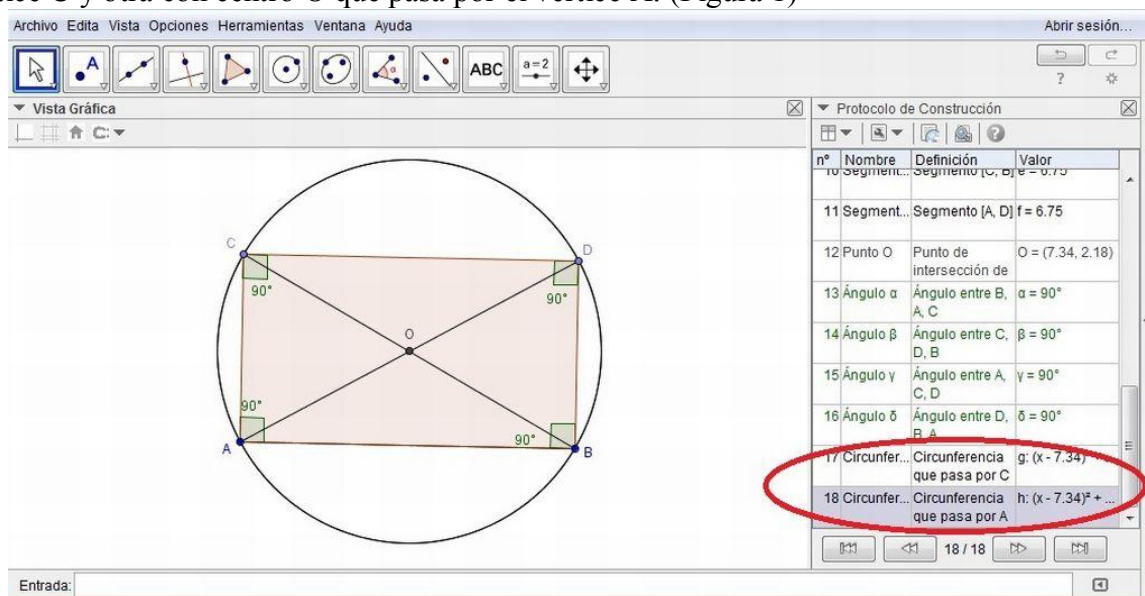


Figura 1

Puesta en común

En la clase siguiente, se retoma la propuesta para llevar a cabo una puesta en común, de algunos grupos, de la actividad realizada.

Cada grupo de cuatro elige una de las construcciones realizadas por los binomios para proyectarla y explicar lo realizado y compartir con el resto sus afirmaciones.

Durante la exposición de cada grupo no hay intervención del resto de los alumnos de la clase, no porque esto no se permitiera sino porque los estudiantes deciden no participar.

En la puesta en común, la docente realiza preguntas a algunos grupos con el objetivo de conocer sus argumentos en el proceso de validación. Pregunta cómo aseguran que las diagonales son iguales y todos los grupos afirman haber medido las diagonales con la herramienta “Distancia o longitud”. También pregunta cómo aseguran que los vértices del rectángulo son puntos de la circunferencia trazada. Dos de los grupos afirman utilizar la herramienta “Relación” para comprobarlo. Vale destacar que en el protocolo de construcción de GeoGebra no queda registro de la utilización de la herramienta “Relación”. Esto hace que no se pueda afirmar si es utilizada por los grupos. Los integrantes de los grupos 1 y 11 responden que el hecho de que los segmentos de las diagonales sean iguales permite que al trazar la circunferencia ésta pase por todos los vértices del rectángulo.

Los integrantes de los grupos 4 y 10 explican sus conclusiones afirmando que el hecho de haber trazado la circunferencia permite asegurar que las diagonales son iguales y se cortan en su punto medio. Eligen para proyectar la construcción correspondiente al grupo 4. (Figura 2)

Este grupo decide validar lo que en la construcción se nota visualmente evidente, con las herramientas que le brinda el software y utilizando propiedades anteriores. Verifican que los puntos pertenecen a la circunferencia y miden las diagonales. Afirman que utilizan la herramienta “Relación” para verificar que cada uno de los vértices es un punto de la circunferencia y la herramienta “Distancia o longitud” para medir las diagonales.

Explican sus conclusiones diciendo que las diagonales son diámetros de la circunferencia, porque pasan por el centro y esto les permite afirmar que son iguales. Los segmentos AO, OC, BO, OD son radios de la circunferencia de centro O, por lo tanto son iguales y las diagonales AC y BD se cortan en su punto medio.

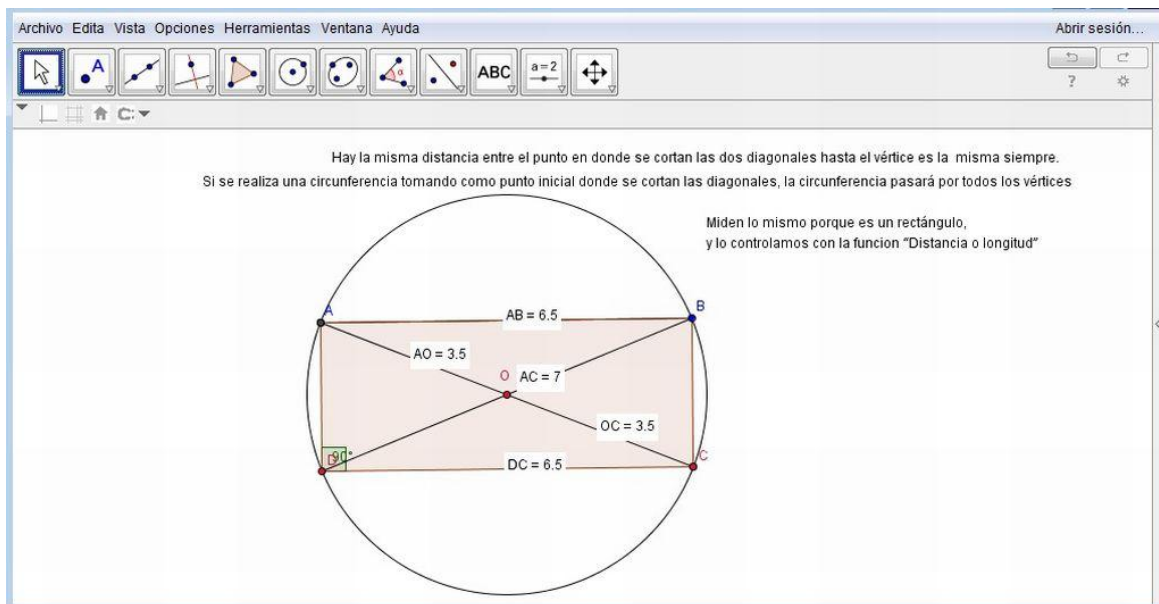


Figura 2

Finalizada la puesta en común la docente realiza preguntas al grupo clase relacionadas con las propiedades de los lados, ángulos y diagonales del paralelogramo. Luego se recuerda la definición de rectángulo como un paralelogramo con un ángulo recto. También se recuperan las propiedades de lados y ángulos del rectángulo, pues si bien no son objeto de la actividad analizada, los estudiantes las mencionan en las construcciones y en la puesta en común. Con respecto a los ángulos interiores del rectángulo, se especifica que son los cuatro iguales y rectos. Se recupera entonces la propiedad de los ángulos opuestos de un paralelogramo y logran

explicitar que también el rectángulo cumple con esa propiedad por ser un paralelogramo. Al mencionar las propiedades de las diagonales de un rectángulo, no logran utilizar la definición de rectángulo para validar que las diagonales se cortan en el punto medio por ser el rectángulo un paralelogramo. Es necesario volver a preguntar por las propiedades del paralelogramo, recordar la definición del rectángulo, aclarando que se trata de un paralelogramo una vez más, para que finalmente concluyan que las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio porque es un paralelogramo y ésta propiedad se cumple para todos los paralelogramos. Con respecto a la propiedad de las diagonales iguales, se menciona que no se cumple para todos los paralelogramos. Es una propiedad de los rectángulos, y si bien todos los paralelogramos son rectángulos, no todos los rectángulos son paralelogramos.

Una alumna pregunta si la propiedad de las diagonales iguales se cumple también en un cuadrado. Si bien no se trabaja la definición de cuadrado previamente, consideramos que esa alumna intenta un trabajo de razonamiento deductivo utilizando para validar propiedades conocidas.

REFLEXIONES

La implementación de la propuesta permite reflexionar en torno a los procesos puestos en juego por los alumnos en la elaboración de conjeturas y en su validación. Larios y González González (2010) sostienen que el proceso de elaboración de conjeturas es fundamental “(...) porque es el paso previo para la justificación de propiedades por medio de un proceso de observación y construcción de conocimiento” (p. 158)

En la actividad implementada, se trabaja con un SGD en el que el carácter dinámico de las construcciones favorece especialmente la elaboración de conjeturas. Platero *et al.* (2012) afirman que resolver actividades con GeoGebra es beneficioso porque “ (...) la construcción de las figuras que los alumnos han de trabajar, los ayudarán a recurrir a propiedades que deben tener en cuenta al momento de argumentar”. (p. 303)

Sin embargo, las posibilidades que ofrecen las herramientas de GeoGebra deben ser tenidas en cuenta en la planificación de propuestas, ya que en algunos casos puede generar, según González López (2001) una anticipación de respuesta que “(...) puede impedir precisamente las beneficiosas tareas de exploración y conjetura”. (p. 284). En la actividad analizada, las herramientas “Relación” y “Distancia o longitud” son utilizadas por los alumnos para elaborar y validar sus conjeturas.

La validación requiere argumentos explicativos, distintos a la constatación empírica. La problemática de la validación según Saiz (2007) es didácticamente compleja, ya que implica que el alumno comprenda que el conocimiento matemático es un medio para estar seguro más allá de la experiencia. Los grupos 4 y 10 utilizan propiedades que tienen disponibles en el proceso de validación, además de las herramientas que les ofrece el software, por esto les resulta significativo el trazado de la circunferencia. Los grupos 1 y 11 intentan utilizar un argumento en base a propiedades conocidas pero para justificar que la circunferencia trazada pasa por todos los vértices del rectángulo usan la propiedad a validar. Sin embargo, considerando los argumentos de la totalidad de los grupos que exponen, se observa un predominio de la constatación empírica para la validación de conjeturas.

Laborde (1997) sostiene que

(...) el dibujo se presta a experimentos que dan cuenta de preguntas planteadas en la teoría, traducidas luego al dibujo, y cuya respuesta en el dibujo no da una respuesta en la teoría sino que proporciona supuestos, pistas para el trabajo teórico. (p. 37)

La constatación empírica que se observa en la mayoría de los grupos como único argumento de validación, muestra que la respuesta en el dibujo significa una respuesta en la teoría para los alumnos. Este predominio puede deberse al valor de evidencia que proporciona el aspecto dinámico de las construcciones con el software. Chazan (1993, citado en Larios y González González, 2010) sostiene que puede transformarse de ésta manera la prueba en evidencia y la evidencia en prueba, y generar en el alumno una falta de necesidad por producir argumentos de validación.

Itzcovich (2005) destaca la diferencia que existe entre los procesos de medir y demostrar. Los alumnos que manifiestan haber medido las diagonales con la herramienta “Distancia o longitud” obtienen medidas determinadas, pero si no utilizan propiedades geométricas para validar sus conjeturas, no tienen argumento que demuestre que las medidas no pueden haber sido otras. Sin embargo no es un cuestionamiento para los estudiantes, para quienes es suficiente con lo devuelto por el software.

El hecho de que todos los grupos tracen la circunferencia muestra que pueden relacionar la actividad con una realizada anteriormente en la que se trabajan las propiedades de las diagonales del paralelogramo. Sin embargo, durante la puesta en común, para validar la propiedad que las diagonales se cortan en su punto medio, no aparece como argumento utilizado por los alumnos que el rectángulo es un paralelogramo y por esa razón cumple con la propiedad. De ésta manera, puede evidenciarse el obstáculo para la comprensión que menciona Berté (2000) relacionado con la clasificación por inclusión que es la utilizada por el docente para definir rectángulo. A los estudiantes les resulta más “natural” definir por partición.

En éste tipo de propuestas se intenta propiciar la elaboración de argumentos deductivos por parte del alumno, y la validación de los mismos. La complejidad de este proceso requiere que se planifiquen distintos tipos de tareas donde las construcciones se utilicen como medio para explorar y producir propiedades, con el propósito de involucrar al alumno en el trabajo deductivo, teniendo siempre presente que el trabajo dinámico del software que permite múltiples posiciones de una única construcción puede generar en el alumno la falta de necesidad de validación más allá de la evidencia que le ofrece el SGD.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Berté, A. (2000). *Matemática Dinámica*. Buenos Aires: AZ Editora.

Flores, A (2007). Esquemas de argumentación en profesores de Matemática del Bachillerato. *Educación Matemática*. Vol. 19, nº 1: pp. 63-98.

González-López, M. J. (2001). La gestión de la clase de geometría utilizando sistemas de geometría dinámica. En Gómez, P., y Rico, L. (Ed.) *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 277-290). Granada: Universidad de Granada.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. y Broitman, C. (2001). *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB*. Gabinete pedagógico curricular. Matemática. Buenos Aires. Subsecretaría de Educación.

Koehler, M. y Mishra, P. (2006). “Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge” (Conocimiento tecnológico, pedagógico del contenido. Un marco

conceptual para el conocimiento docente), *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. Disponible en inglés en: http://punya.educ.msu.edu/publications/journal_articles/mishra-koehler-tcr2006.pdf Consultado el 10 de mayo de 2015

Laborde, C. (1997). *Cabri-Geómetra o una nueva relación con la Geometría*. En Puig L. (Ed.) *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. (33-48) Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Larios, V. y González González, N. (2010). Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica. *Relime*. Vol. 13 (4-I). 147-160.

Larios Osorio, V. (2002). Demostraciones y Conjeturas en la escuela media. *Xixim*. Año 2, n° 3: 45-55.

Magadán, C. (2012). *Clase 3: Las TIC en acción: para (re)inventar prácticas y estrategias*. Enseñar y aprender con TIC, Especialización docente de nivel superior en educación y TIC. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. (2013). *Orientaciones Curriculares. Educación Secundaria. Ciclo Básico*.

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. (2014). *Diseño Curricular de Educación Secundaria Orientada*.

Platero, M., Pagliaccio, V. y di Pantaleo, P. (2012) Iniciándonos en las demostraciones. *Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra*: 302-312.

Saiz, I. (2007). Entrevista Una matemática con sentido. Disponible en: <http://portal.educ.ar/noticias/entrevistas/irma-elena-saiz-una-matematica.php> Consultado el 10 de mayo de 2015

Sadovsky, P. y Sessa, C. (2004). Entrevista: Para estar seguros. *La Educación en nuestras manos*. N° 71: 36-40.

Sánchez, J. (2002). *Integración curricular de las TICs: Conceptos e Ideas*. Departamento de Ciencias de la Computación: Universidad de Chile.