UNA MIRADA EPISTEMOGRÁFICA SOBRE EL ROL DE LAS DIFICULTADES ALGEBRAICAS LIGADAS AL ESTUDIO DE FUNCIONES EN EL INGRESO A LA UNIVERSIDAD

BENÍTEZ, NATALIA SOLEDAD [1,2]; *DROUHARD, JEAN-PHILIPPE* [1,3]

[1] Universidad de Buenos Aires
[2] nsbenitez10@yahoo.com.ar
[3] jpdrouhard@ccpems.exactas.uba.ar

RESUMEN

En este trabajo presentaremos brevemente el análisis epistemográfico y explicaremos cómo fue utilizado éste para analizar los errores que cometen los estudiantes de primer año de la universidad al intentar resolver ejercicios sobre funciones[1]. El objetivo de la investigación desarrollada fue analizar si las dificultades algebraicas con que ingresan los alumnos a la universidad tienen influencia en sus desempeños. A través del estudio pudimos observar que este tipo de dificultades representan un punto clave para los estudiantes. Éstas tienen fuerte repercusión en la enseñanza y aprendizaje del tema función. El análisis epistemográfico nos permitió observar que las dificultades relacionadas con conocimientos semio-lingüísticos (ligados al conocimiento del lenguaje algebraico) aparecen como un primer obstáculo. Parecería que una vez que se sobrepasan éstas el alumno puede evitar un cierto número de errores pero se enfrenta con otras dificultades ligadas a las nociones como son las definiciones y propiedades de los objetos matemáticos (algebraicos) y, más generalmente, a cómo los objetos matemáticos están relacionados entre sí.

Palabras clave: análisis epistemográfico, análisis de errores, errores algebraicos, estudio de funciones, ingreso a la universidad.

[1]Sacado de la Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales desarrollada por Natalia Benítez con la dirección del Dr. Jean- Philippe Drouhard y la co-dirección de la Mg. Patricia Detzel.

INTRODUCCIÓN

Una preocupación compartida por alumnos, docentes e investigadores es poder lograr que los estudiantes ingresantes a las universidades comprendan las matemáticas. Para eso la transición y articulación entre el nivel medio y la universidad se tornan fundamentales. En este sentido, resulta interesante estudiar las dificultades en relación al trabajo algebraico que presentan alumnos de primer año del nivel universitario en el aprendizaje de la matemática que se les enseña hoy en la universidad.

Tener conocimiento acerca de la relación existente entre errores de naturaleza algebraica de los alumnos y la comprensión de los temas de la matemática aportaría elementos para re-organizar una enseñanza que ayude a sortear esas dificultades.

Atendiendo a nuestra preocupación y en un intento de recorte del tema en nuestro trabajo de tesis investigamos cómo y en qué medida influyen los conocimientos previos sobre nociones algebraicas (ecuaciones, inecuaciones, operaciones con expresiones algebraicas, etc.) con que ingresan los alumnos al primer año del nivel universitario en el estudio de funciones (lo referido a dominio, conjunto de ceros, positividad, negatividad, cálculo de la función inversa, intersección entre gráficos de funciones, cálculo de fórmulas de funciones lineales y cuadráticas). Elegimos el tema función para observar dichas dificultades porque es uno de los primeros temas que deben abordar los estudiantes en su primera materia de Matemática de primer año.

Hicimos una descripción rigurosa y detallada de las dificultades (ligadas al uso de álgebra) que presentan los estudiantes al resolver ejercicios sobre funciones con el fin de producir conocimientos sobre las dificultades algebraicas más comunes, más frecuentes de los alumnos en relación a funciones para así dar respuesta a la pregunta inicial.

En Didáctica de la Matemática es pertinente estudiar la naturaleza de los saberes debido a que conocer conceptos matemáticos, manejar los distintos sistemas de representación semiótica de los mismos, utilizar recursos tanto conceptuales como semióticos para resolver prácticamente problemas, conocer, y aceptar de seguir, las reglas que rigen la actividad matemática, se aprende – y por consecuencia, se enseña – de maneras muy diferentes.

Los docentes de matemática al dar clases quizás podrían estar privilegiando en los alumnos el desarrollo de ciertos saberes correspondientes a determinadas dimensiones de los conocimientos (tratadas en la Epistemografía) y desalentando otras. El análisis realizado en nuestro trabajo constituye un aporte importante para ayudar a los docentes a identificar cuáles son los puntos flojos de sus alumnos y de esta manera los ayudará a modificar las estrategias de enseñanza para atender a los requerimientos de sus estudiantes en lo que respecta al tema funciones en los aspectos analizados.

Conocer el detalle de los conocimientos involucrados en las tareas matemáticas de los alumnos en el inicio de la universidad nos ayuda también al momento de hacer propuestas curriculares nuevas y nos permite evaluar las propuestas de cambio en la enseñanza de la matemática en el inicio de la universidad.

MARCO TEÓRICO

Nos interesa el estudio de errores porque como mencionan Abrate *et al.* (2006):

"El análisis de los errores sirve para ayudar al docente a organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades y contribuye a una mejor preparación de instancias de corrección".

Creemos, como señalan en su trabajo Del Puerto *et al.* (2004) que el análisis de los errores cometidos por los alumnos en su proceso de aprendizaje provee una rica información acerca de cómo se construye el conocimiento matemático; y al mismo tiempo, constituye una excelente herramienta para realimentar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de mejorar los resultados.

Haciendo foco en el aprendizaje y el manejo de las técnicas que menciona Sessa (2005) y en las ideas de Kieran (2004) para nuestra investigación definimos la actividad algebraica como el uso de instrumentos algebraicos para operar sobre objetos considerados desde el punto de vista algebraico o reducidos a su dimensión algebraica. La "actividad algebraica ligada al estudio de funciones" sería en este sentido una actividad basada en el uso de instrumentos algebraicos para operar sobre funciones. Es decir, una actividad matemática que se caracteriza por el empleo de herramientas algebraicas para la resolución de problemas analíticos.

El Análisis Epistemográfico

Para realizar el estudio elegimos analizar el trabajo de los alumnos usando la división en capas de análisis del trabajo matemático y la categorización utilizada en el Análisis Epistemográfico (Drouhard, 2013). Ésta fue desarrollada para la organización de los conocimientos científicos. Lo elegimos porque pensamos que necesitábamos categorías de análisis más finas que la noción de "dificultades ligadas al trabajo algebraico" o "dificultades no ligadas al trabajo algebraico".

Capas de análisis de la actividad matemática

La actividad matemática de los alumnos puede ser analizada desde cinco "capas" (Drouhard, 2014). Estas son: la capa del Contrato Pedagógico (capa CP), la capa del Contrato Didáctico (capa CD), la capa de Matematización y Modelización (capa MyM), la capa de los Discursos y del Razonamiento (capa DyR) y la capa de los Objetos de Saber y las Operaciones (capa OSO).

La capa CP abarca los saberes que los alumnos y docentes deben tener para cumplir su rol respectivo de alumno y de profesor. No tiene ninguna relación con los saberes matemáticos y puede ligarse a la noción de "oficio de alumno" desarrollada por Philippe Perrenoud (1994). En la capa CD se analiza lo que los alumnos deben conocer del *contrato didáctico* (qué es lo que ellos y el profesor deben hacer respecto a las tareas matemáticas etc.). En la capa MyM se estudia cómo se pasa del problema (matemático o extra matemático) tal como está formulado a otro problema matemático del cuál el alumno tiene los instrumentos para resolverlo y cuya solución contribuye a hallar la solución del problema inicial. En la capa DyR el análisis se centra tanto en los razonamientos (espontáneos o no, válidos o no) de los alumnos como en las formas discursivas usadas para expresar esos razonamientos. La capa OSO es el lugar del análisis en términos de objetos matemáticos y de las operaciones sobre los mismos. Ejemplos de objetos pueden ser los números, las funciones de tipo $y = ax+b$, las ecuaciones e inecuaciones y su resolución tanto gráfica como numérica.

Para el análisis realizado en la tesis decidimos centrarnos en la "capa de los Objetos de Saber y las Operaciones" y en la "capa de los Discursos y del Razonamiento". Otros marcos teóricos ya analizan el trabajo de los alumnos en las demás capas. Por ejemplo en la TAD se trabaja en la capa MyM.

Categorías definidas por la Epistemografía: *Dimensiones* y *Reglas del juego*

Existen dos tipos de saberes: los relativos a *objetos* (función lineal, gráfico de una función, ecuación, etc.), y los relativos a las "*reglas del juego matemático*" (las soluciones obtenidas por cálculo deben ser exactas, las sacadas de una resolución gráfica tienen un cierto grado de aproximación, etc.).

El Análisis Epistemográfico considera que los saberes relativos a los "objetos matemáticos" se sitúan en un espacio de tres dimensiones principales: Nocional, Semio-lingüística e Instrumental.

Conocer un objeto matemático equivale a conocerlo en cada dimensión.

En la *dimensión Nocional* de los objetos se encuentran los saberes relativos a las definiciones y propiedades de los objetos matemáticos y, más generalmente, a cómo los objetos matemáticos están relacionados entre sí.

En la *dimensión Semio-lingüística* se hallan, por un lado, los saberes relacionados con el funcionamiento de todo el sistema de representación semiótico, en particular, su semántica, es decir, la relación entre las representaciones y los objetos matemáticos. También encontramos en esta dimensión los saberes relativos a la representación de los objetos matemáticos particulares del dominio. Necesitamos aprender los saberes de esta dimensión para leer, interpretar, escribir, dibujar, entender, procesar representaciones (escrituras, esquemas, gráficos, etc.) de los objetos de saber.

La *dimensión Instrumental* incluye saberes relativos a cómo se usan los instrumentos, en qué medida vale la pena o no usarlos, o cuáles son los costos y beneficios de hacerlo. Es decir que esta dimensión trata sobre el "cómo hacer", sobre las maneras de hacer algo, las ventajas y los inconvenientes de usar tal o cual manera para hacer.

Se definen cuatro tipo de instrumentos:

- *Artefactos:* por ejemplo las teclas de la calculadora
- *instrumentos semio-lingüísticos:* son los que operan directa o indirectamente sobre las representaciones semióticas (por ejemplo el algoritmo para sacar común denominador en la suma de fracciones),
- *nociones matemáticas usadas como instrumentos:* por ejemplo el uso de la definición de número racional para demostrar que el conjunto de números racionales es denso en el conjunto de los números reales
- *meta-instrumentos*: son instrumentos que operan sobre instrumentos. Por ejemplo las estrategias de planificación del uso de instrumentos, para un fin dado. Pueden considerarse como las herramientas para elegir en la "caja de herramientas".

Los saberes relativos a las "Reglas del juego Matemático" tienen que ver con conocer las "reglas del juego". Éstas son las que rigen la validez lógica de los razonamientos, la aceptabilidad de las representaciones semióticas, el uso legítimo de los instrumentos, etc. Los saberes relativos a las reglas del juego matemático tratan sobre lo permitido y lo prohibido, a diferencia de los saberes instrumentales que tratan sobre lo posible y lo imposible (o lo fácil y difícil).

Además es preciso saber nombrar, e identificar, las cosas (objetos, operaciones, reglas del juego), como por ejemplo fracción, numerador, denominador, etc.

CAMPO Y METODOLOGÍA

Para realizar la investigación analizamos los errores que cometieron los estudiantes de la materia Matemática I de la Universidad Argentina de la Empresa (UADE) en el primer parcial al intentar resolver los ejercicios referidos al tema función.
Para analizar en detalle los errores de los estudiantes en primer lugar realizamos un "Análisis Epistemográfico" para estudiar la relación entre el álgebra del secundario y el análisis matemático de la universidad ligado al tema funciones. Estudiamos esta relación para los ejercicios propuestos en el examen escogido.
El Análisis consistió en mirar cada ejercicio del examen identificando qué saberes necesitan poner en juego los alumnos para resolverlos. A continuación estudiamos en qué capa de análisis se sitúan esos saberes (CP, CD, MyM, DyR, OSO) y trabajamos con los localizados en la Capa DyR y en la Capa OSO que involucran nociones algebraicas, identificando qué dimensiones de dichos conocimientos deben poner en juego los estudiantes y si hay alguna "regla del juego" que éstos deban saber.
Éste análisis nos permitió, por un lado, descartar aquellos ítems del examen que no involucran conocimientos algebraicos en su resolución y por el otro tener algún indicio sobre dónde pueden situarse las dificultades de los estudiantes (en qué capas y dimensiones) al resolver los ejercicios de este parcial.
Luego de desarrollar el análisis epistemográfico analizamos los errores que cometieron los alumnos al intentar resolver los ejercicios sobre funciones propuestos en el examen, poniendo el foco en los de índole algebraico. Al analizar los errores de los estudiantes podía suceder que nos encontremos con situaciones no contempladas en el análisis epistemográfico desarrollado a priori ya que consideramos poco probable que el análisis pueda contemplar las infinidades de razonamientos posibles para resolver correcta e incorrectamente cada ejercicio. En ese caso analizamos en su momento los saberes puestos en juego al resolver la actividad de la manera que escogió el alumno.
Para realizar el análisis mencionado armamos una tabla por cada ítem del parcial que consideramos que involucra conocimientos algebraicos en su resolución. En dicha tabla marcamos, mirando cada examen por separado, si el alumno cometió errores o no en ese ítem y en caso de haberlos cometido analizamos a qué capa de análisis corresponden.
Luego de realizar las tablas para cada ítem del examen que involucra conocimientos algebraicos en su resolución nos quedamos sólo con aquellos exámenes que tengan al menos un error localizado en la capa OSO o capa DyR (en caso de que el ejercicio involucre conocimientos de índole algebraico en esta capa de análisis).
A continuación hicimos un análisis por examen (es decir por alumno). Realizamos una descripción detallada de cada error de índole algebraico cometido por el estudiante e identificamos en cuál o cuáles de las dimensiones del conocimiento que menciona la Epistemografía tuvo dificultades el alumno al cometer dicho error. Volcamos esta información en una nueva tabla (una para cada alumno).
Luego de terminar el análisis para la totalidad de alumnos de la muestra estudiamos los resultados y sacamos conclusiones para el grupo de alumnos, observando el impacto de los errores algebraicos en el desempeño de los alumnos y analizando si existe alguna "región" donde éstos presenten mayores dificultades.

ESTUDIO

Para el análisis de los resultados hicimos un análisis estadístico elemental siguiendo los siguientes pasos:

1- Analizamos por ítem los porcentajes de errores algebraicos y no algebraicos. Obtuvimos que los ítems que presentaron mayores porcentajes de errores algebraicos fueron los ítems iv y viii (ver los enunciados en el Anexo)
40% y 43% respectivamente calculado sobre el total de la muestra y 64% y 50% respectivamente calculado sobre el total de alumnos que presentaron errores

2- Para cada ítem localizamos los errores en las distintas capas de análisis obteniendo que la mayor parte de ellos se localizan en la capa OSO y en la capa DyR. Por ejemplo en el ítem iv (ver enunciado en anexo) de las 37 dificultades detectadas en el total de la muestra, 16 fueron localizadas en la capa DyR y 14 en la capa OSO. En el ítem x (ver enunciado en anexo) encontramos 37 dificultades observando las producciones del total de alumnos de la muestra; 9 de éstas localizadas en la capa DyR y 22 en la capa OSO.
Las dificultades de carácter algebraico fueron encontradas solamente en la capa OSO.

3- Analizamos para cada examen qué porcentaje de errores correspondían a dificultades ligadas al trabajo algebraico y qué porcentaje no se ligaban con ese tipo de dificultades. A continuación trabajando sólo con las dificultades ligadas al trabajo algebraico contabilizamos cuántas dificultades había en cada dimensión del conocimiento o reglas de juego que menciona el Análisis Epistemográfico. Para este estudio nos basamos inicialmente en el total de alumnos de la muestra y luego distinguimos entre alumnos aprobados y desaprobados. Primero se hizo el análisis considerando la totalidad de ítems del examen que involucran nociones algebraicas y luego se trabajó sólo con los ítems iv y viii por ser los que involucran mayor cantidad de nociones algebraicas en su resolución.
Los resultados se resumen en la Tabla 1.

	Considerando la totalidad de ítems del examen que involucran nociones algebraicas (i, iii, iv, viii,x)			***Considerando solamente los ítems iv y viii***		
	Total de la muestra (35)	Alumnos aprobados (15)	Alumnos desaprobados (20)	Total de la muestra (35)	Alumnos aprobados (15)	Alumnos desaprobados (20)
Dificultades algebraicas	**37%**	41%	**36%**	**45%**	39%	**49%**
Dificultades no algebraicas	63%	59%	64%	55%	61%	**51%**
Categorías predominantes	Semio-lingüística	Nocional	Semio-lingüística	Semio-lingüística	Nocional	Semio-lingüística

Tabla 1: Caracterización de las dificultades de los estudiantes

RESULTADOS

Del alto porcentaje de dificultades ligadas con el trabajo algebraico sacamos la conclusión que las dificultades asociadas al trabajo algebraico representan un punto clave para los alumnos de Matemática I. Estas tienen fuerte repercusión en la enseñanza y aprendizaje del tema función en lo referido a los aspectos estudiados.

Como puede observarse en la Tabla 1 se han obtenido resultados significativos al considerar solamente las dificultades de los ítems *iv* y *viii* del total de alumnos de la muestra y de los alumnos desaprobados. Lo que demuestra que los porcentajes de dificultades algebraicas crecen notablemente (al considerar el total de estudiantes de la muestra y el grupo de alumnos desaprobados) si nos focalizamos en los ítems del examen que involucran mayor cantidad de conocimientos ligados al manejo algebraico.

En todos los grupos de alumnos considerados prevalecen las dificultades ligadas a las dimensiones Semio-lingüística, Nocional e Instrumental (de semio-lingüística). Es interesante observar que en los grupos de alumnos desaprobados (así sea si se consideran todos los ítems del examen que involucran nociones algebraicas o sólo los ítems *iv* y *viii*) las dificultades localizadas en la dimensión semio-lingüística superan ampliamente a las localizadas en el resto de las dimensiones, siguiéndole en número las dificultades de la dimensión nocional y luego las de la dimensión instrumental (de semio-lingüística). Sin embargo en los grupos de alumnos aprobados prevalecen las deficiencias de origen nocional con bastante diferencia con las localizadas en el resto de las dimensiones si consideramos sólo los ítems *iv* y *viii* y con una diferencia menos acentuada al considerar todos los ítems del examen que involucran nociones algebraicas. En estos grupos de alumnos le siguen en número las dificultades de origen semio-lingüísticas e instrumentales de semio-lingüísticas.

En base a los resultados obtenidos podríamos decir que los conocimientos semio-lingüísticos aparecen como una primera dificultad. Parecería que una vez que se sobrepasan estas dificultades relacionadas (en nuestro caso) con el conocimiento del lenguaje algebraico el alumno puede evitar un cierto número de errores pero se enfrenta con otras dificultades ligadas a las nociones (conocimientos nocionales) como son las definiciones y propiedades de los objetos matemáticos (algebraicos) y, más generalmente, a cómo los objetos matemáticos están relacionados entre sí.

DISCUSIÓN

Llamamos casos ambiguos a aquellas situaciones donde un error cometido por el estudiante da lugar a distintas interpretaciones por parte del investigador. En estos casos sería necesario entrevistar al alumno para realizar la interpretación correcta del error.

En todos los grupos de alumnos existen este tipo de casos. Especialmente en los grupos de alumnos desaprobados detectamos grandes cantidades de ellos. Esta cuestión no nos permite afirmar que nuestras conclusiones sean totalmente confiables. Para obtener una conclusión final ‘totalmente confiable’ habría que definir esos casos. No es posible hacerlo para la muestra utilizada para nuestra investigación, ya que presenta la limitación de que fue obtenida hace algunos años atrás y por lo tanto no fue posible contactar a los alumnos para hacerles preguntas sobre sus desempeños en el examen. Deberíamos trabajar con una nueva muestra.

CONCLUSIONES

Nuestro estudio permitió (a través de las discusiones generadas al intentar localizar las dificultades de los estudiantes en las distintas categorías) obtener definiciones más refinadas de las categorías mencionadas en la Epistemografía.
Si se observa en los textos utilizados sobre Epistemografía pueden verse diferencias entre la versión inicial del modelo (Drouhard, 2011) y la versión que finalmente terminamos usando para el análisis de los errores en nuestro trabajo (Drouhard, 2013). Inicialmente se definían tres dimensiones para localizar a los objetos de saber (semiolingüística, teórica, práxica). Además se definían ocho categorías para los conocimietos: Semiolingüísticos, Nocionales, Semánticos, Instrumentales, Prácticos, Pragmáticos, Nomológicos, Identificatorios. Tantas categorías hacían que sea muy dificultosa la caracterización de los errores que los alumnos cometían en el examen. Luego se unificaron algunas categorías llegando a la versión que hoy existe del Análisis Epistemográfico con sus tres dimensiones para los conocimientos referidos a objetos matemáticos: Nocional, semio-lingüística, instrumental. Por ejemplo los conocimientos pragmáticos que representaban conocimientos sobre los instrumentos semióticos se incluyeron en los conocimientos instrumentales.
Nuestra investigación constituye el primer trabajo basado en un estudio empírico utilizando la Epistemografía. Creemos que a través de éste pudimos aportar una contribución interesante a la Didáctica de la Matemática y por qué no a la de otras ciencias. El modelo utilizado de las tablas de análisis usando la Epistemografía podría usarse en otros estudios sobre análisis de errores así sea en Matemática como en otras disciplinas.
Es de nuestro interés seguir trabajando con el Análisis Epistemográfico en futuras investigaciones para continuar estudiando cuáles son sus potenciales y sus limitaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrate, R., Pochulu, M., Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajos.* Universidad Nacional de Villa María. Disponible en: http://unvm.galeon.com/Libro1.pdf

Benítez, N. (2014). *Una mirada epistemográfica sobre el rol de las dificultades algebraicas ligadas al estudio de funciones en el ingreso a la universidad.* Tesis de maestría. Neuquén: UNComa.

Del Puerto, S., Minnaard, C., Seminara, S. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas". *Revista Iberoamericana en Educación.* (ISSN: 1681-5653). Disponible en: http://www.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf

Drouhard, J-Ph. (2011). *La Epistemografía: un útil al servicio de la didáctica de la matemática y de las ciencias.* Conferencia, Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática 2011. . DOI: 10.13140/2.1.1578.3201. El texto se encuentra en: http://www.researchgate.net/publication/235677433_La_Epistemografa_un_til_al_servicio_de_la_didctica_de_la_matemtica_y_de_las_ciencias

Drouhard, J-Ph. (2013). *El análisis epistemográfico: un análisis multidimensional de los saberes para la didáctica de la matemática*. Comunicación en las XXIV Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia, La Falda, Córdoba. Universidad Nacional de Córdoba. DOI: 10.13140/2.1.4417.6645. El texto completo se encuentra en: http://www.researchgate.net/publication/266079746_El_anlisis_epistemogrfico_un_anlisis_multidimensional_de_los_saberes_para_la_didctica_de_la_matemtica

Drouhard, J-Ph. (2014). *Breve presentación de la epistemografía, versión provisoria*. Artículo no publicado. Disponible en: http://www.researchgate.net/publication/237020908_Breve_presentacin_de_la_Epistemografa_%28versin_provisoria%29

Drouhard, J-Ph. (2015). El análisis epistemográfico: una herramienta para la investigación en educación matemática. *Proceedings of the XIV Inter American Conference on Mathematics Education* (CIAEM). Tuxtla Gutiérrez, México.

Kieran, C. (2004). The Core of Algebra: Reflexions on its Main Activities. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Eds.), *The teaching and learning of algebra; The 12th ICMI study*. (21-33). Norwood, MA: Kluwer.

Perrenoud, P. (1994). *Métier d'élève et sens du travail scolaire.* Paris: ESF

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra: orígenes y perspectivas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

ANEXO
El parcial que utilizamos en nuestro estudio es el siguiente:

Matemática I UADE

Primer parcial 20/04/2011 ***Tema 1***
Apellido y Nombre: ……………………………………………………

Esta evaluación consta de 10 ítems. Dispones de dos horas para su desarrollo. Para aprobar el examen deberás resolver de manera correcta al menos 6 ítems. ¡Suerte!

Ejercicio 1:
Las funciones de oferta y de demanda para cierto producto son, respectivamente:

$S(q) = q + 2$ $\qquad D(q) = \dfrac{12}{q+1}$

i) Determine el precio y la cantidad de equilibrio analíticamente.
ii) Verificar lo obtenido en i) gráficamente.

Ejercicio 2:
iii) Dada la siguiente función $f: Df \to If talque f(x) = 2^{x+1} - 4.$ *Determine los conjuntos* Df, If *y la intersección con los ejes.*
iv) Analizar si existe f^{-1} *y en caso afirmativo obtenerla analíticamente y luego graficarla.*

Ejercicio 3:
Sea $f: A \to R talque f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x > 1 \\ \sqrt[3]{x} - 2 & x < 1 \end{cases}$
v) Determinar el dominio $Df = A$ *y representar gráficamente la función.*
vi) Obtener, a partir de la gráfica, los conjuntos de positividad y negatividad.
vii) Determinar el conjunto imagen.

Ejercicio 4:
Responder V o F. (Las respuestas no serán tenidas en cuenta si no se acompañan de una debida justificación):
viii) Si $f(x) = \frac{(2x^2+x-3)\sqrt{x-2}}{2x+4}$ *entonces el conjunto de ceros es* $C^0 = \{-2, 2, \frac{3}{2}\}$
ix) Toda función lineal es biyectiva

Ejercicio 5:
x) Obtener el vértice de la parábola correspondiente a la función cuadrática $f(x) = a(x-1)(x+5)$ *sabiendo que la misma intersecta al eje y en 8.*