

## **FUNCIONES NUMÉRICAS EN CONTEXTOS DE CAMBIO Y MODELADO EN EL CURSO DE INGRESO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS**

*BARAGATTI, ESTEBAN*<sup>(1, 2, 4)</sup>; *MIHDI, MYRIAM*<sup>(1, 3)</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Ciencias Exactas

<sup>2</sup> eebaragatti@gmail.com

<sup>3</sup> myriammihdi@gmail.com

<sup>4</sup> eebaragatti@gmail.com

### **RESUMEN**

En este artículo se describe la experiencia de trabajo con funciones numéricas en contextos de cambio y modelización con los estudiantes del Curso de Ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de La Plata durante febrero 2015. Se considera central en la propuesta la perspectiva de búsqueda de un lenguaje común entre los estudiantes que les permita articular mejor con el trayecto posterior en las materias del primer cuatrimestre de las carreras priorizando el avance hacia la conceptualización de las *funciones* en contextos de cambio y de modelado de situaciones extra-matemáticas. Se priorizó el trabajo de destrezas comunicativas en contraposición al acercamiento algebraico y simbólico que suele ser el predominante en estas situaciones. Se presenta también un análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados de la primera actividad de la evaluación final del curso en la que se puso en juego el trabajo realizado sobre esta temática por los estudiantes y el equipo docente del curso.

**Palabras clave:** funciones numéricas, gráficas, curso de ingreso, matemática, modelización.

## INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta un análisis de las respuestas de los estudiantes en la actividad sobre funciones numéricas de la evaluación final del Curso de Ingreso de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de La Plata (FCE-UNLP) durante febrero de 2015. Una parte del trabajo propuesto durante el curso estuvo destinado a las funciones numéricas en contextos de “cambio” o “variación”, modelado y sus distintas representaciones, incluyendo actividades de textualización y redacción; la evaluación final de curso tuvo una actividad específica destinada a recuperar este trabajo. El análisis de los resultados intenta presentar una descripción cuantitativa y cualitativa de las respuestas en cuanto a la calidad descriptiva de las narraciones de los estudiantes.

En primer lugar se describen las características principales del Curso de Ingreso dando el contexto político-académico de la propuesta elaborada por los autores de este trabajo; quienes formaron parte del equipo coordinador como docentes de enlace con las materias de matemática y química de los primeros años de las carreras de la Facultad. Se detalla la propuesta de trabajo durante el curso explicitando la metodología, la conformación de los equipos docentes y una descripción de la guía de actividades y la evaluación final. A continuación, se profundiza la fundamentación de la propuesta correspondiente al trabajo con funciones numéricas en un contexto de “cambio” o “variación”. Por último se presenta un análisis cualitativo y cuantitativo de las respuestas de los estudiantes a la actividad sobre funciones que se incluyó en la evaluación final.

### CURSO DE INGRESO 2015 DE LA FCE-UNLP

Las estrategias de ingreso en la FCE-UNLP y la propia realización del curso suelen nuclear e involucrar al todo de la Facultad en tanto que año tras año se van construyendo y reconstruyendo sus objetivos y particularidades como política académica de gran interés para la comunidad. Como antecedente directo a la implementación del Curso de Ingreso 2015 se encuentra la *Jornada sobre Políticas de Ingreso, Permanencia y Egreso* desarrollada el 10 de septiembre de 2014 en la FCE. Fue una actividad organizada por la Secretaría Académica en la que se discutió abiertamente y con amplia participación de todos los claustros las cuestiones relativas al curso de ingreso y el perfil del ingresante, entre otras cosas. Sobre esa base y con un trabajo posterior junto al Espacio Pedagógico y los/as coordinadores/as de las materias del primer cuatrimestre se fueron diagramando las características principales del nuevo curso de ingreso haciendo énfasis en lograr que los estudiantes trabajen herramientas metodológicas básicas (como la identificación del objeto de estudio y su modelización de acuerdo al problema a resolver), algunas herramientas disciplinares determinadas y herramientas actitudinales como la constitución de equipos de trabajo y estudio y la autoevaluación. Se trabajó sobre algunas de las demandas de la jornada en cuanto a mejorar la articulación, principalmente aquellas referidas a la búsqueda de un lenguaje común y articulario en los contenidos disciplinares específicos como el modelo de Dalton y las funciones de variable real. El *Esquema General para el Ingreso 2015* y el *Informe sobre el Curso de Ingreso 2015* pueden ser solicitados por correo electrónico a los autores dado que no están disponibles en la web.

El curso estuvo destinado a los estudiantes interesados en cursar alguna de las 11 carreras de grado de la FCE-UNLP y los estudiantes inscriptos en 3 profesorados de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación (FAHCE) (Tabla 1).

<b>Carrera</b>	<b>Inscriptos 2015</b>
Lic. en Bioquímica	175
Farmacia	139
Lic. en Biotecnología y Biología Molecular	122
Lic. en Matemática	82
Lic. en Física	60
Lic. en Ciencia y Tecnología de Alimentos	41
Lic. en Óptica Ocular y Optometría	38
Lic. en Química	36
Lic. en Química y Tecnología Ambiental	31
Lic. en Física Médica	15
Tecnicatura Universitaria en Química	4
Profesorado en Matemática (FAHCE)	46
Profesorado en Química (FAHCE)	16
Profesorado en Física (FAHCE)	6
<b>Total:</b>	<b>811</b>

*Tabla 1: Cantidad de inscriptos por carrera.*

Todos los estudiantes cursaron una única materia con una carga horaria de 20 horas por semana durante el mes de febrero. Se organizaron en 15 comisiones, de conformación heterogénea en cuanto a la carrera, cada una con un plantel docente distinto conformado por 2 docentes diplomados y 3 docentes alumnos, a la vez que cada comisión contó con docentes de dos perfiles disciplinares distintos: Física/Matemática y Química/Cs. Biológicas. Fueron en total 75 docentes que llevaron a cabo el curso frente a los estudiantes conformando grupos de trabajo interdisciplinarios con una guía de actividades unificada para articular contenidos conceptuales y procedimentales. Se propuso una definición de mediación didáctica, donde el espacio áulico constituya el lugar de trabajo para el estudiante conjuntamente con los docentes, quienes, a la vez que actuaron como guías en la resolución de las actividades, fueron los mediadores en forma continua y consistente con toda la información y contenidos relativos al curso de ingreso. En término de las actividades, las mismas fueron diagramadas de manera que no requirieran la intervención continua de los docentes, buscándose favorecer la interacción y el trabajo colaborativo en cada uno de los grupos. Se usó el término *actividad* para designar diversos desempeños agrupados por un tema o un objeto de estudio común, incluyendo prácticas de lectura, escritura de textos argumentativos, trabajos de síntesis, resolución de problemas, descripción de procedimientos, elaboración de textos colectivos, expresión oral y escrita, justificaciones, interpretación de gráficas y uso de lenguaje simbólico. *Estudiantes, docentes y actividades* conformaron la propuesta de modelo de interacción en términos de la *teoría de las situaciones didácticas* (Brousseau, 2007).

La guía de actividades estuvo estructurada en seis secciones; en particular, los primeros días del curso estuvieron destinados al trabajo con actividades en las que apareció constantemente la noción de “función numérica” (Tabla 2).

<b>Primera semana</b>	
Funciones numéricas	10 actividades
Materia	9 actividades
<b>Segunda semana</b>	
Ecuaciones y trabajo algebraico	5 actividades
Números y magnitudes	7 actividades
<b>Tercera y cuarta semana</b>	
Ecuaciones y trabajo algebraico	5 actividades
Números y magnitudes	7 actividades
Trigonometría y rectas del plano	6 actividades
Compuestos químicos	13 actividades

Tabla 2: Cronograma por semana de las actividades.

El curso finalizó con la evaluación obligatoria para todos los estudiantes sobre los temas trabajados durante el mes de febrero. El curso de ingreso es de carácter no eliminatorio y la condición para aprobarlo es alcanzar el 80% de asistencia a las clases, asistir a la evaluación final y a la devolución de los resultados de los exámenes.

### EL TRABAJO CON “FUNCIONES NUMÉRICAS”

Las primeras diez actividades del curso fueron destinadas al trabajo con *funciones numéricas* en un contexto de “cambio” o “variación” y en situaciones de modelado; o sea, trabajando con situaciones donde hay algunas cantidades que van cambiando a medida que otras cantidades también van cambiando. El concepto de *función* es uno de los más importantes de las matemáticas (Ugalde, 2014) especialmente como herramienta en el modelado de sistemas reales extra-matemáticos (Lombardi, 2000). Al trabajar las *funciones* desde esta perspectiva se intentó construir y montar un lenguaje común entre los estudiantes que les permitiera articular mejor con el trayecto posterior en las asignaturas del primer semestre de las carreras. La selección de actividades se realizó en base a estas premisas y de tal manera de conformar un conjunto lo más amplio y variado posible para que estudiantes y docentes trabajen en problemas variados e interconectados y que den sentido al concepto de *función* (Vergnaud, 1990). En todos los casos se consideró que los estudiantes y docentes disponían de las competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la actividad de modo que la propuesta de interacción entre los sujetos se basó específicamente en el tratamiento y conversión de las representaciones y los registros de representación (Duval, 1993) enfatizando las exploraciones comunicacionales y el fluir de la información que en algunos momentos fue presentada de una manera para que fuera traducida a otro tipo de representación y así reinterpretada en el contexto correspondiente. En este contexto se considera como *no reales* a los objetos matemáticos e inaccesibles por medio de los sentidos sino más bien como construcciones mentales del hombre a las cuales sólo puede accederse a través de sus representaciones utilizando símbolos, esquemas, palabras, sonidos y otros tipos de registro; y en general, para comprenderlos y conocerlos vemos su interacción en diversas situaciones para determinar su utilidad, observar cómo operan o qué tipo de problemas resuelven, no se reduce el concepto a su definición (Vergnaud, 1990). Se consideró central en la propuesta la

posibilidad de reconstruir y recuperar la noción de *función* con la que los estudiantes hubieran trabajado en sus recorridos educativos previos a fin de atender la heterogeneidad del contexto socio-institucional y la transición entre los distintos estamentos educativos involucrados adoptando una postura no-continua en la forma de enseñar y aprender matemática (Artigue, 1999); la reconstrucción se propone para avanzar en el nivel de conceptualización.

En contraposición, la mayoría de las otras propuestas priorizan acercamientos más algebraicos con énfasis en la notación funcional  $f(x)$  sin conexión sustantiva con las entidades variables acudiendo desde el comienzo a la definición formal de las ciencias matemáticas. Como ya se mencionó, se intentó evitar esta situación aunque se considera necesario remarcar que en instancias siguientes del trayecto formativo de los estudiantes deberán aparecer seguramente trabajos con niveles de encapsulación adecuados y explícitos para trabajar ya en situaciones donde aparecen operadores sobre las funciones (cálculo de límites, función derivada, primitivas, por ejemplo).

Como descripción general de las actividades puede decirse que priorizaron el trabajo de destrezas comunicativas e interpretativas, el uso y construcción de gráficas, esquemas y tablas variando las situaciones para que los estudiantes tengan muchas oportunidades de discusión y puesta en común. En algunos casos, las actividades también pudieron tomarse como actividades experimentales en las que fuese necesaria la construcción de instrumentos o artefactos exploratorios. El trabajo interdisciplinario, tanto desde la perspectiva de la guía de actividades como de la conformación del plantel docente de cada comisión y la heterogeneidad de los estudiantes forma parte de la búsqueda de un trabajo que se enfoque, en estas instancias, en un trabajo grupal reflexivo, constructivo y de reconstrucción en donde la palabra y la narrativa pueda ser parte sustancial del aula. Cabe destacar que esta concepción de trabajo general fue pensada y planteada para todo el desarrollo del curso, no sólo para esta sección.

En la Tabla 3 se detalla el listado de las actividades propuestas indicando la fuente; en la mayoría de los casos se adaptaron las consignas y la redacción a los propósitos del curso.

Actividad	
1	Ascensor (Ugalde, 2014).
2	Semillas (Vrancken <i>et al.</i> 2014).
3	Recipientes I (Swam, 1985, página 32).
4	Carbono 14 (Swam, 1985, página 210).
5	Pablo y Susana (Swam, página 236).
6	Temperatura del aire (actividad de lectura)
7	Tiro vertical de una pelota (Carrasco <i>et al.</i> 2014)
8	Presa y predador (Carrasco <i>et al.</i> 2014).
9	Recipientes II (Swam, 1985, página 65).
10	Armar una caja (Swam, 1985, página 192).

Tabla 3: Actividades sobre “Funciones numéricas”.

## LA EVALUACIÓN FINAL DEL CURSO DE INGRESO

En lo que respecta al marco institucional, la evaluación final del curso tiene carácter obligatorio en cuanto a la asistencia pero no se califica. Todos los estudiantes debieron asistir y realizar la prueba el penúltimo día del curso, y también asistir a la devolución de los resultados al día siguiente. Fue una prueba escrita de resolución individual y a “carpeta abierta”; estuvo compuesta por siete actividades sobre el contenido del curso en las que se pusieron en juego las habilidades trabajadas: comprensión de enunciados, resolución de problemas, interpretación de gráficas, argumentación, utilización eficiente de la información y de los materiales de clase y producción escrita. Al corregir los exámenes se pudo ver que el 70% de los estudiantes pudo resolver correctamente el 60% o más de las actividades propuestas.

La primera actividad del examen (ver ANEXO) presenta la gráfica cartesiana correspondiente a la distancia en función del tiempo en una carrera de 400 metros con tres atletas (Swam 1985, página 172). El primer inciso consta de cuatro preguntas sobre información que puede considerarse en nivel explícito e implícito (Postigo *et al.* 2000); en el segundo inciso se requiere que el estudiante indique en el gráfico los elementos que le permitieron contestar las preguntas anteriores; y en el tercer inciso se solicita la redacción de un texto (información de nivel conceptual, Postigo *et al.* 2000).

A continuación se presentan los resultados del análisis cualitativo y cuantitativo de las redacciones presentadas por los estudiantes en el tercer inciso y para lo cual se tomó como referencia lo indicado por Swam (1985) armando un listado de ítems puntuados en forma ponderada. Esta evaluación se realiza a posteriori, para relevar resultados de la actividad pero no es la forma en que se puntuó en la corrección del examen durante el curso.

### RESULTADOS CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS

El análisis contempla el total de 576 exámenes presentados de los cuales el 8,3% no realizó la consigna. Durante la lectura de las redacciones se fueron marcando y computando la aparición explícita de los ítems contemplando la posibilidad de oraciones similares o expresiones equivalentes. En la Tabla 4 se presenta el listado de los ítems puntuados y el porcentaje de estudiantes que los incluyeron en su redacción.

Ítem	Puntaje	Porcentaje
C toma la delantera al comienzo	1 punto	80,1%
C deja de correr	1 punto	73,6%
A y B superan a C	0,5 puntos	59,2%
C comienza a correr nuevamente	1 punto	32,8%
C corre a menor velocidad	0,5 puntos	15,5%
B frena al final	0,5 puntos	27,4%
A acelera al final	0,5 puntos	24,3%
A supera a B al final	1 punto	65,6%
A gana	1 punto	75,7%
B termina segundo	0,5 punto	42,4%
C termina último	1 punto	48,8%

Tabla 4: Ítems puntuados y porcentaje de estudiantes que los incluyeron en su redacción.

Los ítems que menos aparecen en las redacciones son aquellos que hacen referencia a los cambios de velocidad. Además, es mucho menor la cantidad de estudiantes que mencionan que “C comienza a correr nuevamente” en comparación con “C deja de correr”. Por otro lado, cada redacción fue puntuada según la sumatoria de los ítems encontrados; los resultados se presentan en la Tabla 5:

<b>Puntuaciones</b>	<b>Porcentaje</b>
Exámenes con 0 puntos:	6,5%
Exámenes con 0,5 o 1 punto:	5,4%
Exámenes con 1,5 o 2 puntos	10,3%
Exámenes con 2,5 o 3 puntos	13,2%
Exámenes con 3,5 o 4 puntos	16,5%
Exámenes con 4,5 o 5 puntos	25,1%
Exámenes con 5,5 o 6 puntos	16,5%
Exámenes con 6,5 o 7 puntos	5,4%
Exámenes con 7,5 puntos	1,1%

Tabla 5: Porcentaje de exámenes según la puntuación de la redacción presentada.

También fueron contabilizadas las redacciones con características de *texto animado como comentarista televisivo*; estilo escogido por algunos alumnos a pesar de que la consigna no lo requería explícitamente. De manera similar con las redacciones en las que apareciera alguna referencia numérica explícita a las “distancias”, o a los “tiempos” (Tabla 6).

	<b>Porcentaje</b>
Texto animado como comentarista televisivo	30%
Alguna referencia numérica explícita a las “distancias”	53,5%
Alguna referencia numérica explícita a los “tiempos”	48%

Tabla 6: Categorizaciones especiales de las redacciones.

También aparecieron en los textos expresiones derivadas de interpretaciones incorrectas de la gráfica cartesiana. Las más presentes fueron: aquellas que derivan de confundir la gráfica presentada con la *trayectoria* de los atletas (resumidas en la tabla con “C dobla hacia la derecha”); y aquellas derivadas de una mala lectura de las referencias a los atletas de modo que se confunden las *curvas* (resumidas como “Malas referencias”) (Tabla 7).

	<b>Porcentaje</b>
C dobla hacia la derecha	8%
Malas referencias	3,6%

Tabla 7: Interpretaciones erróneas.

Otra dimensión analizada en este trabajo a partir de la lectura de los textos es la gramatical. Se valoró la claridad de las oraciones, coherencia de los textos y la ortografía. Si bien no es un contenido que se enseñe explícitamente, numerosas actividades del curso incluyeron aspectos relacionados con la escritura de textos (descriptivos, argumentativos, sintéticos) (Tabla 8).

	Porcentaje
Texto claro. Oraciones claras	80,7%
Buena calidad ortográfica	87,7%

Tabla 8: Dimensión gramatical de las redacciones.

## CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

Consideramos que los textos podrían ser analizados con mayor precisión incluyendo otros ítems que no fueron considerados en un principio por tratar de mantener la propuesta presentada en Swam (1985). Por ejemplo, analizar la concordancia entre el tiempo necesario de lectura respecto a la duración de la carrera; o la cantidad de palabras de los textos; o incorporar puntajes negativos en los casos de interpretaciones erróneas. Son algunas propuesta que quizás sirvan, quizás no, para mejorar el análisis de las producciones de los estudiantes, las cuales, desde nuestra perspectiva, fueron de excelente calidad. No es habitual que actividades de textualización aparezcan en exámenes finales de un curso; este tipo de actividades suelen aparecer diluidas en las actividades durante las clases pero casi nunca se recuperan en las instancias de evaluación; y menos pensando en contextos matemáticos. Queda también como interrogante qué pasaría si una misma actividad fuera propuesta pero sin el contexto de la “carrera de atletas” o alguna situación extra-matemática. ¿Lograrán los estudiantes una calidad descriptiva similar del comportamiento de las funciones?

Mencionamos también que entre los mismos docentes, hubo quienes plantearon dudas respecto a la actividad del examen; particularmente, consideraron *poco precisas* las consignas *a)* y *b)* del primer inciso (“¿Cómo fue el primer tramo de la carrera?” y “¿Cómo fue el último tramo de la carrera?”) por contener el término subjetivo “tramo”.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (1999). The teaching and learning of mathematics at the university level. *Notice*. AMS, 46 (11): 1377-1385.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.

Carrasco Henríquez, E. A., Díaz Moreno, L. y Buendía Ábalos, G. (2014). Figuración de lo que varía. *Enseñanza de las Ciencias*. Núm. 32.3: 365-384.

Disponible en: <http://ensciencias.uab.es/article/view/1201>

Consultado el 17 de agosto de 2015.

Duval, R. (1993). Registros de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 35-65.

Lombardi, O. (2000). La noción de modelo en Ciencias. *Educ. en Ciencias*, II (4-5): 1-13.

Postigo, Y. y Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1.000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90: 89-110.

Swam, M. (1985). *The Language of Functions and Graphs*. Universidad de Nottingham. *Join Matriculation Board. Shell Centre for Mathematical Education*. Versión traducida por el Ministerio de Educación y Ciencia. Servicio Editorial. Universidad del País Vasco.

Ugalde, W. J. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*. 14 (1).

Disponible en:

[http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS\\_V14\\_N1\\_2013/RevistaDigital\\_Ugalde\\_V14\\_n1\\_2013/RevistaDigital\\_Ugalde\\_V14\\_n1\\_2013.pdf](http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V14_N1_2013/RevistaDigital_Ugalde_V14_n1_2013/RevistaDigital_Ugalde_V14_n1_2013.pdf)

Consultado el 17 de agosto de 2015.

Vergnaud, G. (1990). Teoría de los Campos Conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2): 133-170.

Vrancken, S., Engler, A., Giampieri, M. L. y Müller, D. (2014). Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*. 15 (1).

Disponible en:

[http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS\\_V15\\_N1\\_2014/RevistaDigital\\_Vrancken\\_V15\\_n1\\_2014/RevistaDigital\\_Vrancken\\_V15\\_n1\\_2014.pdf](http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V15_N1_2014/RevistaDigital_Vrancken_V15_n1_2014/RevistaDigital_Vrancken_V15_n1_2014.pdf)

Consultado el 17 de agosto de 2015.

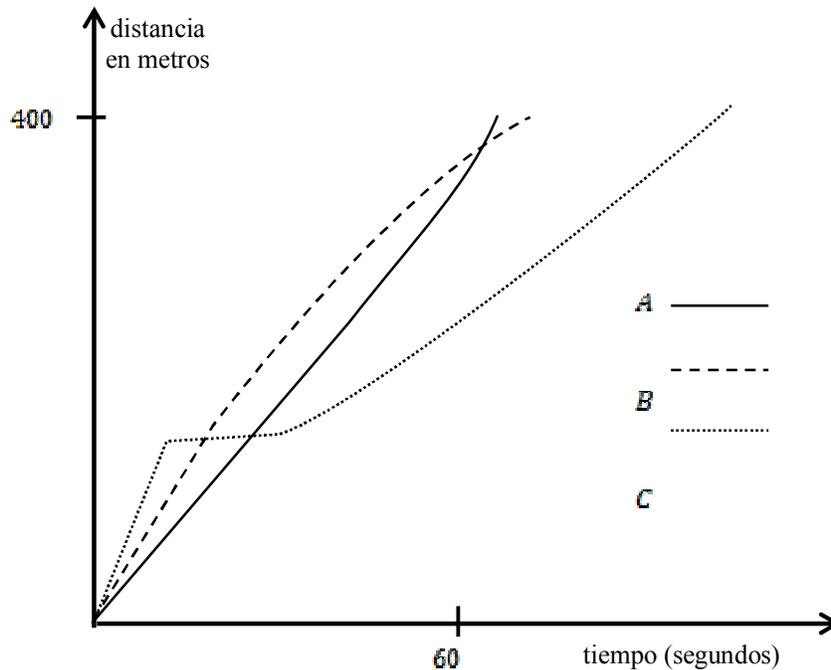
ANEXO

EVALUACIÓN

CURSO DE INGRESO 2015

Apellido: ..... Nombres: ..... Comisión: .....

Actividad 1



En la gráfica anterior se representa aproximadamente lo que ocurre cuando tres atletas **A**, **B** y **C** participan en una carrera de **400** metros.

1. Respondé las siguientes preguntas.
  - a. ¿Cómo fue el primer tramo de la carrera?
  - b. ¿Cómo fue el último tramo de la carrera?
  - c. ¿En qué momento (aproximadamente) el corredor **A** sobrepasó al corredor **C**? ¿Y al corredor **B**?
  - d. ¿Cuántos metros (aproximadamente) recorre **B** como puntero de la carrera?
2. Marcá en el gráfico los elementos que permitieron responder las preguntas anteriores.
3. Imaginá que sos el comentarista televisivo de la carrera. Redactá un texto que describa lo que ocurre de la forma más cuidadosa que puedas. No es necesario que realices medidas exactas.