PROBLEMAS DE INTERPRETACIÓN DEL LENGUAJE SIMBÓLICO DE LA FISICA[1]

WAINMAEIR, CRISTINA; FLEISNER, ANA

Universidad Nacional de Quilmes
cristina.wainamier@gmail.com

RESUMEN

Los recursos formales -matemáticos y lógicos- son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos. En este trabajo nos proponemos reflexionar sobre la dificultad que representa, para los estudiantes, la comprensión y el manejo de lenguaje de la física. Analizaremos algunas limitaciones detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria, vinculadas a la interpretación del lenguaje simbólico empleado al formalizar los enunciados de la disciplina. Sugeriremos algunas implicancias para la enseñanza. Entendemos que no sólo la complejidad propia de un nuevo lenguaje y su formalización, sino también la desvinculación con la que se suele presentar la dupla *concepto-formalización del mismo,* generan dificultades para los alumnos. Sostendremos que los vínculos entre el lenguaje técnico que utiliza la física, las estructuras matemáticas y los esquemas experimentales, sirven para describir, explicar y definir su objeto de estudio, el *mundo* al que se refiere y las herramientas a través de las cuales lo aborda.

Palabras clave: problemas, interpretación, lenguaje simbólico de la física.

[1] Una versión vinculada con este trabajo fue enviada a la revista *Latin American Journal of Physics Education*, México.

INTRODUCCIÓN

Desde la geometrización introducida en la modernidad, el lenguaje matemático fue empelado en la física para cuantificar, estructurar y expresar enunciados sobre sucesos y procesos del "mundo físico". Sin embargo, el profundo vínculo que relaciona a la física con la matemática no debilita las sustanciales diferencias entre ambas ciencias. Aunque habitualmente se piense a la matemática como el lenguaje de las ciencias, la matemática cuando es usada en física es un dialecto distinto de dicho lenguaje (Redish, 2005). Los recursos formales – matemáticos y lógicos – son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar particularmente en la enseñanza, las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos (Salinas, 2002).
Desde hace tiempo la investigación educativa en ciencias da cuenta de que los estudiantes conciben a la física como un conjunto de fórmulas y símbolos; advierten sobre las serias dificultades de los estudiantes universitarios para interpretar el significado de los formalismos matemáticos que usan (Lawson y Mc Dermott, 1987) y resaltan la importancia de que ellos comprendan que, a diferencia de lo que ocurre en matemática o en lógica, las "fórmulas" de la física son fórmulas interpretadas fácticamente (Ragout y Cárdenas, 1999). En tal sentido Cudmani *et al*. (1995: pág. 239) afirman que *"muchas de las dificultades de aprendizaje son consecuencia de haber vaciado de significado físico a las relaciones matemáticas con que se simbolizan los enunciados de leyes y de un manejo de estas expresiones como meros algoritmos de cálculo"*.
En definitiva, el manejo de las relaciones matemáticas con las que se simbolizan los enunciados físicos, parece necesitar de un análisis del contenido físico, así como de una puesta en contexto -de acuerdo a la teoría física que los esté utilizando- de los conceptos involucrados.
Algunos estudios sistemáticos que venimos realizando (Wainmaier, 2003; Wainmaier *et al.* 2011) así como afirmaciones de los estudiantes que hemos leído y/o escuchado, en los cursos básicos de física, dan cuenta de serias dificultades de los estudiantes en el manejo del lenguaje simbólico de la física que, consideramos, están asociados a una incompleta lectura de los enunciados de la disciplina. A modo de ejemplo, el tipo de afirmaciones a las que nos referimos son las siguientes:

- *"El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento" o "El trabajo es la integral de la fuerza por el desplazamiento*"**.**
- *"La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo".*
- *"La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad".*
- *"La fuerza es igual a la masa por la aceleración".*
- *"Sabiendo que* $\vec{F} = m.\vec{a}$*, entonces* $m = \vec{F}/\vec{a}$*, lo que implica* que la masa depende de la fuerza y de la aceleración.

También nos han planteado preguntas del siguiente tipo:

- *"Si vimos que* $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ *y también que* $W = \Delta E_c$*, me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?"*

En la mayoría de las proposiciones transcriptas se advierte una lectura literal de los términos que designan las magnitudes físicas atribuyéndole, como máximo, algún tipo de contenido relacionado con la estructura matemática o formal que se le asocia. Por otra parte, se advierten dificultades en los estudiantes para diferenciar cuándo un enunciado representa la definición de una magnitud o una ley física en la que dicha magnitud está contenida. Creemos que estas dificultades están asociadas a que en ambos casos la simbolización se establece mediante una igualdad que si bien matemáticamente se lee igual, son sustancialmente diferentes, pero los estudiantes no conocen esas diferencias.
En línea con lo que venimos planteando, Salinas (2002) da cuenta de limitaciones en los estudiantes para distinguir entre enunciados formales y fácticos. Bagno *et al*. (2008) muestran diversas dificultades de los estudiantes en torno a la comprensión de fórmulas fundamentales de la mecánica newtoniana. Tuminaro et al. (2007) revelan que un número importante de estudiantes tiene dificultades para leer e interpretar adecuadamente expresiones matemáticas vinculadas con la física.
Ragout y Cárdenas (1999), en coincidencia con nuestras observaciones, refieren a lecturas inapropiadas del lenguaje simbólico de la física en estudiantes de cursos básicos universitarios. Si bien acordamos con las autoras en el sentido que nos parece fundamental la interpretación de los símbolos y las relaciones entre símbolos, creemos que el problema de la interpretación del contenido físico de las expresiones matemáticas no es sólo de orden semiótico sino también –y fundamentalmente– sintáctico y semántico. En este sentido estamos de acuerdo con la postura de Cudmani *et al.* (1991) y consideramos que el problema no es interpretar correctamente los formalismos y símbolos matemáticos empleados sino el contenido físico que los mismos implican. En las ecuaciones matemáticas que se usan en física hay muchos símbolos diferentes y cada uno de ellos está conectado con algo del ámbito de la física. Los físicos usan muchos tipos distintos de constantes: constantes universales, condiciones iniciales, parámetros etc., desdibujándose así las diferencias entre constantes y variables. Se usan símbolos para representar ideas más que cantidades y se mezclan "cosas de la matemática" con "cosas de la física" pero, la que probablemente resulta la diferencia más drástica respecto del uso de los símbolos en matemáticas y en física es la atribución de significado a dichos símbolos (Redish, 2005).
En este trabajo presentamos algunos aspectos semánticos y epistemológicos que creemos aportan a la comprensión de la problemática planteada; analizamos desde estas perspectivas las dificultades de los estudiantes en la lectura e interpretación de los enunciados formales y planteamos algunas consideraciones para tener en cuenta en la enseñanza.

LAS MAGNITUDES FÍSICAS Y LOS ENUNCIADOS QUE LAS VINCULAN

El significado de un concepto físico: las notas características de las magnitudes físicas

El vocabulario utilizado por los científicos consta de un conjunto de señales convencionales (signos) que pertenecen a uno o más lenguajes. En el lenguaje construido por las ciencias fácticas es posible identificar: palabras o términos de algún lenguaje natural (por ejemplo el castellano), expresiones o términos provenientes de las ciencias formales (lógica y matemática) y un conjunto de expresiones o términos técnicos introducidos por una teoría, o bien ya existente en el lenguaje ordinario, pero al que se le ha asignado nuevo significado en el contexto de una teoría. En este entramado resulta común definir a los conceptos como unidades cognitivas de significado, ideas abstractas o mentales o *"las unidades más básicas, y por ello imprescindibles, de todo tipo de conocimiento humano, en especial del científico"* (Diez y Moulines, 1997: pág. 91).

Los conceptos son construcciones, creaciones intelectuales o imágenes mentales a los cuales enlazamos un término y por medio de las cuales comprendemos las experiencias que surgen de la interacción con el entorno, más no de la observación directa (Bunge 1969; Bachelard, 1978).

En las presentaciones tradicionales de los conceptos científicos -entidades abstractas, condición necesaria de todo conocimiento- se suele establecer una división entre conceptos clasificatorios, comparativos y métricos. Cada uno tiene su correspondiente estructura lógica. Como señala Mosterín (2000) un concepto científico, que empleamos para pensar sobre las cosas y hablar de ellas, puede tener la propiedad de ser comparativo o métrico, clasificatorio o cualitativo, pero dicha propiedad es *del* concepto y no de las cosas.

En el contexto de nuestro trabajo nos interesa ahondar en las características de los conceptos métricos, ya que todos los términos de magnitudes físicas expresan conceptos de este tipo. Los conceptos cuantitativos o métricos asignan cantidades -escalares o vectoriales- a los objetos, procesos o fenómenos, por lo que permiten también comparar y clasificar objetos de un dominio. Tales asignaciones de números reales o vectores resultan en muchos casos de cuantificar conceptos comparativos previos -como es el caso de los conceptos de masa o longitud- o de la introducción directa de un concepto métrico a partir de una teoría o como recurso de cálculo -como es el caso de la entropía o la función de onda-. Los conceptos métricos permiten tratar procesos o fenómenos empíricos como si fueran operaciones matemáticas. Estos conceptos posibilitan también representar determinadas propiedades, de los procesos, fenómenos y de los objetos involucrados en ellos, denominadas magnitudes.

En la actualidad desde diversas perspectivas epistemológicas se reconoce que el significado de un concepto no se reduce a su definición. Se coincide en señalar que el significado de los mismos está dado por el sistema teórico al que pertenece (Bunge 1969; Diez y Moulines 1997; Hempel, 1998).

De acuerdo con esta perspectiva contextual del significado y como hemos señalado, entendemos que cada magnitud física (concepto métrico) fue introducida en el contexto de una teoría. En la definición de una magnitud, entendida en un sentido amplio y no sólo en tanto representación matemática, deben quedar contenidos todos los aspectos relevantes de la misma. Estimamos que éstos son cuatro (Fleisner, 2011). Por una parte, es necesario tomar en consideración el aspecto que denominaremos *ontológico*, que contendrá una explicitación de cuál es la propiedad -o el tipo de propiedad- a la que se quiere asignar un valor numérico. Este aspecto es el correspondiente a la parte de la definición que pretende acotar, aquello que la magnitud "es", sin contener obligatoriamente toda la información necesaria y suficiente para una precisa identificación de la característica que se desea especificar. Es decir, este aspecto de la definición sólo delimita alguna propiedad, con independencia de la forma en la que la magnitud podrá ser luego medida y con independencia también de las relaciones que pueda establecer con todas y cada una de las restantes magnitudes definidas en una determinada teoría. Ejemplo de este aspecto de una definición pueden ser las definiciones de la magnitud masa como la cantidad de materia que posee un cuerpo (masa inercial) o como propiedad en virtud de la cual los objetos se atraen (masa gravitatoria). Por otra parte, asignar un valor numérico a la propiedad a través de un proceso de medida, que incluye muchas veces otras magnitudes, nos lleva a tener en cuenta tres aspectos más.

El aspecto *experimental* de la definición de una magnitud debe dar cuenta de la relación entre la magnitud a medir y el montaje experimental mediante el cual se la mide; pone de manifiesto el modo de interacción que se supone entre objeto-instrumento de medición. Por ejemplo, podemos señalar las diferencias significativas que existen entre el modo en el que la incertidumbre experimental es concebida en el contexto de la mecánica clásica y la mecánica cuántica. En la primera no hay barrera teórica para el perfeccionamiento de los instrumentos y los procedimientos experimentales: en principio sería posible efectuar las mediciones con una incertidumbre arbitrariamente pequeña. En la segunda esta barrera viene dada por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg y resulta prácticamente imposible medir en forma simultánea magnitudes complementarias con precisión infinita. Pero cabe introducir una importante aclaración respecto de la naturaleza de la observación y la formulación de conceptos: tanto en el marco teórico de la mecánica cuántica como en el clásico, las condiciones de observabilidad se establecen desde la teoría, es decir que no vienen dadas por las condiciones de experimentación.

El aspecto *formal o matemático*, expresable mediante una estructura matemática (o fórmula) que la represente. A toda magnitud física, en tanto concepto métrico, es necesario asociarle una estructura matemática que permita la atribución de valores. La definición de cualquier magnitud involucra, al menos implícitamente, definiciones de magnitudes como el espacio y el tiempo. Estas magnitudes implican a su vez una determinada estructura matemática, ya que definen cuestiones tan básicas como el tipo de lugar en el que las entidades que presentan la propiedad o atributo -que hemos denominado magnitud física- están contenidas, y la relación entre este lugar y el orden temporal de los distintos sucesos. Así, la estructura que forman el espacio y el tiempo en el contexto de la física clásica es distinta de la estructura del espacio y el tiempo en un contexto cuántico y distinto a su vez en el contexto relativista. Estas estructuras matemáticas implican un tipo de métrica que influirá en la representación del resto de las magnitudes definidas en el marco de los distintos contextos. De esta forma, aunque dos expresiones matemáticas de una supuesta misma magnitud presenten una estructura similar, en marcos teóricos distintos pueden implicar métricas distintas.

Por último y dado que la mayoría de las magnitudes físicas involucra otras magnitudes, de forma tal que en conjunto conforman la estructura conceptual de una teoría, es necesario también tener en cuenta el *aspecto contextual*. En las definiciones de las magnitudes en el marco de cada teoría física, se suelen involucrar relaciones con otras magnitudes que aportan al significado de la misma. Para Kuhn (1990) es imposible aprender el término "fuerza" si no es en relación con términos como "masa" o "peso" y recurriendo, por ejemplo, a las leyes de Newton sobre el movimiento. Los conceptos de fuerza y masa que figuran en la segunda ley de Newton diferían de los que eran habituales antes de la introducción de la ley, la ley misma fue esencial para su definición. De esta manera, el significado de los términos de magnitudes físicas de una teoría viene determinado por las leyes de dicha teoría, las cuales son aprendidas -y por tanto, también lo son los conceptos métricos contenidos en ellas- mediante su aplicación a ejemplos paradigmáticos. En diferentes teorías físicas esas relaciones pueden ser distintas.

Las relaciones entre conceptos métricos

Todo enunciado formal, por ejemplo una relación de identidad o igualdad formal, debe entenderse y "leerse" atendiendo al tipo de conceptos que simbolizan cada una de las variables en juego. En el caso particular de la física es de vital importancia tener presente todas las características o notas propias de cada concepto involucrado en el enunciado. Cuando alguna de las características de los conceptos involucrados no es tenida en cuenta, puede producirse una mala lectura del enunciado en el sentido de no poder diferenciar si dicha relación simboliza o esquematiza una ley física, una definición ontológica o una relación operacional, lo que a su vez implica no conocer los límites de validez ni el contexto de aplicabilidad del enunciado.

Por otra parte, cabe establecer una clara distinción entre las definiciones en el marco de la física y las leyes, por más que ambas puedan ser representadas matemáticamente como enunciados de igualdad. Las definiciones son proposiciones analíticas, aún cuando lo que se defina sea un concepto fáctico. Son convenciones, equivalencias entre dos grupos de términos; ninguna operación puede confirmarlas o negarlas y sólo admiten un análisis lógico o matemático, su validez se establece por convención (Bunge 1969; Salinas, 2007). En el ámbito de la mecánica newtoniana no cabe controlar, por ejemplo, si se cumple que la componente x de la velocidad media de una partícula coincide con la razón del desplazamiento Δx al intervalo de tiempo Δt. En cambio, las leyes de las ciencias fácticas son proposiciones contingentes, hipótesis confirmadas fácticamente. Las mismas expresan relaciones invariantes y de dependencia entre aspectos seleccionados de modelos ideales de "hechos del mundo". De modo que son enunciados que pueden (o no) verificarse en sistemas físicos acordes a los supuestos del modelo (Salinas, 2007). En el ámbito de la mecánica newtoniana la validez de, por ejemplo, la relación teórica entre velocidad final y altura inicial establecida por la ley de la caída libre, debe controlarse empíricamente para cuerpos concretos (Cudmani et al. 1999).

Cabe destacar las funciones diferentes desempeñadas por las leyes (que describen, predicen y en algunos casos explican el comportamiento de sistemas físicos) y las definiciones (que son un medio para asignar significados a los conceptos). Para poder abordar estas cuestiones es necesario especificar cuáles suponemos que son las características relevantes en un concepto físico y en particular de aquellos contenidos en las relaciones de identidad, es decir, las magnitudes físicas.

DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÒN DE LOS ENUNCIADOS FORMALES

Retomemos las afirmaciones y preguntas planteadas por los estudiantes. Ante la consigna de exponer ideas acerca de la magnitud *trabajo* algunos alumnos escriben:

- *"El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento" o "El trabajo e*s la integral de la fuerza por el desplazamiento*".*

En cualquiera de los dos casos se está haciendo una traducción literal de una relación matemática y se está dejando de lado el contenido físico involucrado en la relación. Creemos que esta forma de leer una relación matemática puede ser consecuencia de entender que el significado de un concepto físico queda completamente delimitado por su representación matemática. El significado de un concepto físico no puede quedar enteramente delimitado a través de una estructura matemática, incluso cuando su definición ontológica pueda expresarse a través de una relación formal. Además, se están mezclando dos planos -el plano de los conceptos y el plano de las estructuras formales- ya que ningún concepto que no sea puramente matemático puede estar definido como una operación matemática entre otros dos conceptos (Lombardi et. al, 2011). Por ejemplo la magnitud trabajo no "es" la integral de una fuerza en un desplazamiento sino que puede ser representada matemáticamente de esa forma. Por otra parte cabe analizar el modo en el que se está interpretando la igualdad establecida a través del verbo "ser". Una relación de identidad matemática utilizada para representar una determinada relación entre conceptos físicos, no implica identidad entre los conceptos, ni entre ellos mediados por una operación matemática. Se está confundiendo no sólo la representación formal del concepto con su contenido físico, representación formal del concepto con su contenido físico, sino también el tipo de relación que es lícito esperar entre dos conceptos físicos.

A la dificultad que surge de confundir un concepto con su representación matemática se le suma la del uso cotidiano (en nuestro lenguaje natural) del término que designa el concepto. Los alumnos suelen asociar el "trabajo" a un esfuerzo y a un "gasto de energía", de modo tal que muchos piensan que siempre que actúe una fuerza necesariamente habrá un "esfuerzo" asociado y, por tanto, un trabajo. Consideremos la pregunta:

- *"Si vimos que* $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ *y también vimos que* $W = \Delta E_c$*, me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?"*

En principio cabe considerar que es posible que los estudiantes están nuevamente pensando en que el significado de un concepto físico, en este caso el concepto "trabajo" debería quedar delimitado por un único tipo de definición o de relación matemática que lo involucre y represente. La primera de estas igualdades representa la definición ontológica de la magnitud física trabajo. La segunda forma parte de la red conceptual que, en el marco de una teoría física determinada, vincula al concepto con otros y, en este caso particular, establece un modo de relación entre un sistema físico y el medio, a la vez que representa una ley física.

El manejo generalizado -no sólo entre estudiantes sino entre docentes de física- de las representaciones formales de los conceptos físicos y sus relaciones, como si en ellas quedara determinado todo el contenido físico de los mismos, dificulta la posibilidad de establecer y reconocer cuándo una relación matemática representa una ley física o una definición. Epistemológica y semánticamente existen diferencias sustanciales entre definiciones y leyes, sin embargo al simbolizarlas lo hacemos estableciendo igualdades. En matemática, la igualdad es una relación que cumple con la propiedad de reflexividad, simetría y transitividad. En física un signo igual, por ejemplo en el caso de que se emplee en una definición, no cumple con esas propiedades. En matemática "es" y "son" equivalen a "igual a", mientras no ocurre así en física, donde el signo "igual" se interpreta con sentidos diferentes, dependiendo del contexto en que se presente (Ragout y Càrdenas [14]) y, de acuerdo con nuestra interpretación, a la característica del concepto a la que se esté haciendo alusión en dicho enunciado.

Analicemos la expresión $W = \int \vec{F} dr$. Este enunciado nos dice que, de acuerdo con el contexto de la mecánica newtoniana, el valor numérico del trabajo coincide con el de la integral del producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento. Esto no implica identificar conceptos, vale decir que el concepto "trabajo" no se identifica con la integral de los conceptos "fuerza" y "desplazamiento", ya que no tiene sentido hablar de multiplicación ni de integral de conceptos. No sumamos, restamos, multiplicamos o dividimos conceptos sino el valor numérico de los mismos. Por otro lado el símbolo "=" que aparece en las expresiones matemáticas de las que hace uso la física no expresa una igualdad lógica. Así cuando se afirma "$W = \int \vec{F} d\vec{r}$", no se pretende decir que "$\vec{F}$" y "$d\vec{r}$" manipulados matemáticamente de determinada forma refieren a una misma entidad; estas entidades son ontológicamente diferentes.

Algo muy similar sucede cuando se le da a los alumnos la consigna de expresar con palabras el significado de la expresión $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$. La mayoría de los alumnos hace una traducción literal de la matemática implicada en la relación, dejando de lado el contenido físico de la misma. Algunos alumnos piensan a la segunda ley de Newton como una definición de la magnitud física *fuerza* confundiendo así, producto de una lectura literal de la relación, una definición con una ley en la que se vincula al sistema de estudio con el entorno. Si bien a lo largo del desarrollo de la física se ha discutido sobre la noción de "causa" (Carnot, 1803; Mach, 1883, entre otros) y se han propuesto relaciones no causales entre las magnitudes fuerza, masa y aceleración (Mach, 1868; Kirchhoff, 1876; Euler, 1750, etc.), sostenemos como lo hace Sebastià (2013) que la esencia de segunda ley de Newton tal como él la formula y presenta, es entender a la fuerza como la causa del cambio de movimiento.

En la asignación de significados a expresiones matemáticas tales como $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$ y $W = \Delta E_c$ (que relacionan el objeto en estudio -el punto material- con su entorno) es posible vincular al segundo término de cada una de las igualdades con cambios en el estado del objeto en estudio -reflejados en cambios en la cantidad de movimiento o en la energía, según el caso- y al primer término vincularlo con posibles maneras de provocar cambios en el estado del sistema. Pero las características vectoriales y escalares que caracterizan a la fuerza y al trabajo de una fuerza, respectivamente, implicarán cambios diferentes: la fuerza neta está asociada al cambio de cualquiera de las características del vector velocidad y el trabajo de las fuerzas resultante sólo al módulo de la velocidad.

Pasemos a otras afirmaciones dadas, en respuestas a diversas actividades vinculadas con leyes de conservación y de cambio:

- *"La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo".*
- *"La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad".*
- *"En este choque se conserva la energía cinética porque es un choque elástico".*

En todos estos casos estamos frente a la explicación de una causa física utilizando para ello una definición. Tanto en la primera como en la segunda de estas afirmaciones se emplean argumentos basados en condiciones formales -es decir, argumentos producto de la lectura literal de los alumnos de la relación matemática que representa la definición ontológica del concepto "aceleración" y "cantidad de movimiento lineal" - traduciendo además el signo "igual" o el verbo "ser" por "causa física". Consideramos que reconocer la información completa del significado de un concepto, debería favorecer la comprensión del contenido físico de cada enunciado en el que el concepto esté involucrado. Por ejemplo, representaciones formales del concepto aceleración podemos encontrar, entre otras, en la definición de aceleración $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, o en una de las posibles esquematizaciones de la segunda ley de Newton (cuando la masa es constante) $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Quien haya comprendido que la "aceleración" es un concepto cinemático vinculado al sistema en estudio cuya definición ontológica permite describir un tipo de relación particular establecida entre los conceptos de "velocidad" y "tiempo", que en tanto concepto métrico puede medirse indirectamente a través de otras magnitudes; que en el contexto de cada teoría física que lo utiliza puede quedar vinculado a distintos conceptos (por ejemplo en mecánica newtoniana en la segunda ley de Newton) y que dichas vinculaciones pueden representarse a través de distintas expresiones formales (o fórmulas), tendrá más posibilidades de entender que este concepto no puede ser "causa física" de una variación en el movimiento de un cuerpo.

Finalmente consideremos una afirmación realizada tras operar matemáticamente:

- *"Sabiendo que* $\vec{F} = m.\vec{a}$*, entonces* $m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$ *lo que implica* que la masa depende de la fuerza y de la aceleración.

En este caso, nuevamente se deja de lado el contenido físico del enunciado de igualdad. Se manipulan matemáticamente (se "despeja" la masa, como si fuera posible manipular todo el significado de un concepto a través de una operación matemática) las representaciones formales de los conceptos involucrados "fuerza", "masa" y "aceleración" y se obtienen conclusiones que sólo tienen que ver con cualquier relación matemática ($A = B/C$) que involucra una división. La formulación de la segunda ley de Newton a la que alude la afirmación que hemos mencionado $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ está representada a través de un enunciado de igualdad en el que se vinculan tres magnitudes físicas. La no diferenciación entre las operaciones matemáticas y las conclusiones de carácter físico que pueden obtenerse luego de las mismas es, a nuestro criterio, producto de pensar al significado de cada magnitud como algo que puede ser abarcado en su totalidad por la representación matemática que se hace del mismo.

CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos y analizamos, a la luz de consideraciones epistemológicas y semánticas vinculadas con el lenguaje simbólico de la física, algunas dificultades conceptuales detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria. Paralelamente planteamos algunas implicancias para la enseñanza. Hemos intentado mostrar cómo las dificultades detectadas podrían asociarse a concepciones epistemológicas inadecuadas de los estudiantes, asociadas al lenguaje simbólico y que tienen como denominador común vaciar de significado físico al lenguaje matemático. Dichas concepciones creemos que pueden incidir en la comprensión conceptual y obstaculizar el aprendizaje comprensivo de los estudiantes.

A modo de conclusión cabe proponer alguna forma de entender la representación en tanto vínculo entre el contenido físico y el lenguaje matemático. En este trabajo queremos arriesgar la hipótesis -que proponemos controlar sistemáticamente en próximas investigaciones- de que bajo ese "vaciamiento de contenido físico al que son sometidas las relaciones matemáticas" subyace una lectura inapropiada de dicha relación, producto de una inapropiada interpretación de la forma en la que se determina el significado de cada concepto físico. Por otro lado cabe señalar que cuando el docente o los libros de texto brindan al estudiante información incompleta acerca de un concepto físico, resulta prácticamente imposible que él pueda interpretar, frente a una relación matemática, si se trata de una ley, una definición o una de las posibles relaciones entre dos o más conceptos de una teoría. La representación formal o matemática de un concepto físico no puede agotar su significado. Pero si la matemática es el lenguaje que permite al científico estructurar su discurso y comunicarse, estamos de acuerdo con Karam y Pietrocola (2009) en la importancia de favorecer desde la enseñanza tanto las habilidades técnicas como las habilidades estructurantes -en particular la interpretación del lenguaje-. Por último quisiéramos señalar que, según nuestro entender, los docentes estaremos en condiciones de presentar información completa sobre un concepto físico cuando podamos transformar el “saber científico” en “saber para enseñar” -de acuerdo a lo que Chevallard (1991) denominó “transposición didáctica” -. Para ello es necesario poder reconstruir los contenidos de la física teniendo en cuenta las estructuras conceptuales y metodológicas de cada teoría y sus características epistemológicas propias.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bachelard, G. (1978). *Conocimiento común y conocimiento científico,* en *El racionalismo aplicado*, versión castellana de Irene A. Ramos. Buenos Aires: Paidós.

Bagno, E., Berger, H. y Eylon, B. S. (2008). *Meeting the challenge of students' understanding formulas in high-school physics: a learning tool.* Physics Educ. 43: 75- 82.

Bunge, M. (1969). *La investigación científica*. Ariel: Barcelona.

Carnot, L. (1803). Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement. Paris : Deterville,

Chevallard, Y. (1991). *La Transposittion didactique du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Cudmani, L., Salinas, J. y Pesa, M. (1995). Distintos tipos de constantes en física y aprendizaje significativo de la disciplina. Enseñanza de las Ciencias 13 (2): 237-247.

Cudmani, L., Salinas, J. (1991). Modelo físico y realidad: Implicancias para el aprendizaje. Caderno Caterinense de Ensino de Física 8 (3): 181-192.

Diez, J. A, Moulines, C. U. (1997). *Fundamentos de filosofía de la ciencia*. Barcelona: Ariel.

Euler, L. (1750). *Discovery of a New Principle of Mechanics*. En Opera Omnia, Serie II, vol 5. Teubner, Leipzig (1912).

Fleisner, A. (2011). Hacia una teoría de la referencia para los términos de magnitudes físicas. *Revista Latinoamericana de Filosofía,* 37: 5-33.

Hempel, C. G. (1988) *Fundamentos de la formación de conceptos en ciencia empírica*, Madrid: Alianza.

Karam, R. y Pietrocola, M. (2009). Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico*, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia* 2(2): 181-205.

Kirchhoff, G. (1876). *Vorlesungen über Mathematische Physik,* vol. I, 4th edn. Leipzig: Teubner.

Kuhn, T. (1990). *Dubbing and Redubbing: The Vulnerability of Rigid Designation*, en C.W. Savage (ed.), *Scientific Theories* (Minnesota Studies in Philosophy of Science, Vol. 14. Minneapolis: University of Minnesota Press: 298-318.

Lawson, R. y Mc Dermott, L. (1987). Student understanding of work-energy and impulse-momentum theorems. *American Journal of Physics* 55(9): 811-817.

Lombardi, O y Pérez A. (2011). *Lenguaje, ontología y relaciones interteóricas: en favor de un genuino pluralismo ontológico. Arbor: Ciencia, pensam. y cultura* 747: 101-109.

Mach, E. (1868). Ueber die definition der masse. *Repertorium ExperimentalPhysik*, 4: 355-359.

Mach, E. (1883). *The science of mechanics.* Londres: The open court publishing Co.

Mosterín, J. (2000). *Conceptos y teorías en la ciencia*. Madrid: Alianza Editorial.

Ragout, S. y Cardenas, M. (1999). El lenguaje de la Física universitaria y su relación con algunos problemas de aprendizaje. *Memorias de la Décimo Primera Reunión Nacional de Educación en Física*, Mendoza: 182-188.

Redish, E. (2005). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses. *Proceedings of ICPE,* India.

Salinas J. (2002). Lenguaje matemático y realidad material en la enseñanza y en el aprendizaje de la Física. *VIII Encontro de Pesquisa em Ensino de la Física*. Brasil.

Salinas, J. (2007). Confusiones entre proposiciones necesarias y contingentes en el aprendizaje de la física clásica*, Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. La Plata, Argentina.

Sebastiá, J.M. (2013). Las Leyes de Newton de la mecánica: Una revisión histórica y sus implicaciones en los textos de enseñanza*. Didáctica de las ciencias experimentales y sociales,* 27: 199-217.

Tuminaro J. y Redish, E. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic Games. Physical Review Special Topics. *Physics Education. Research* 3: 2-22.

Wainmaier, C. (2003). *Incomprensiones en el aprendizaje de la Mecánica Clásica Básica*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.

Wainmaier, C., Speltini, C. y Salinas J. (2011). Conceptos y relaciones entre conceptos de la Mecánica Newtoniana en estudiantes que ingresan a la Universidad. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 10 (1): 133-151.